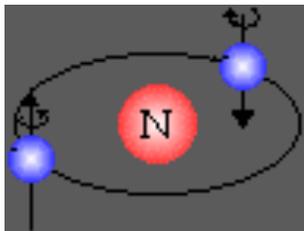


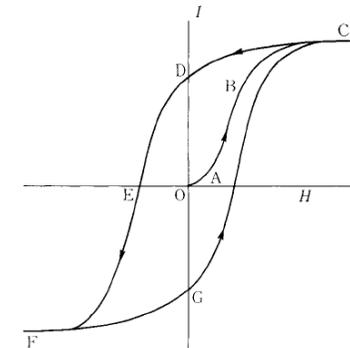


Magnetismo en Materia Condensada



Dr. José Mejía López

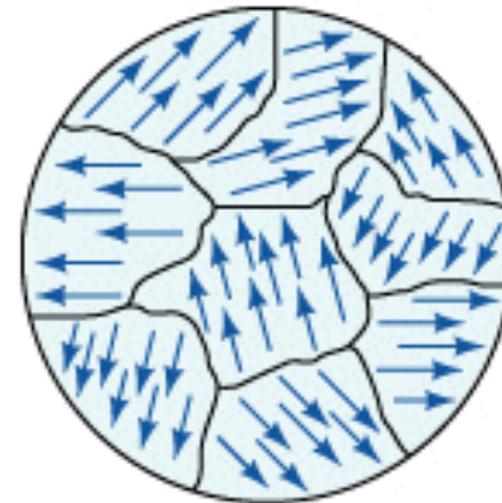
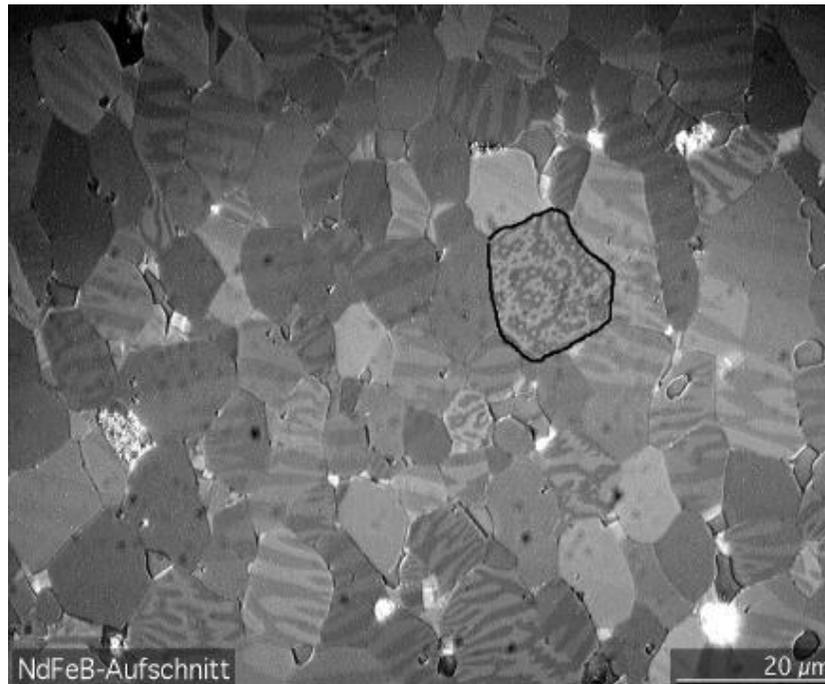
Oficina 6-418
e-mail: jmejia@puc.cl



Sitio Web:

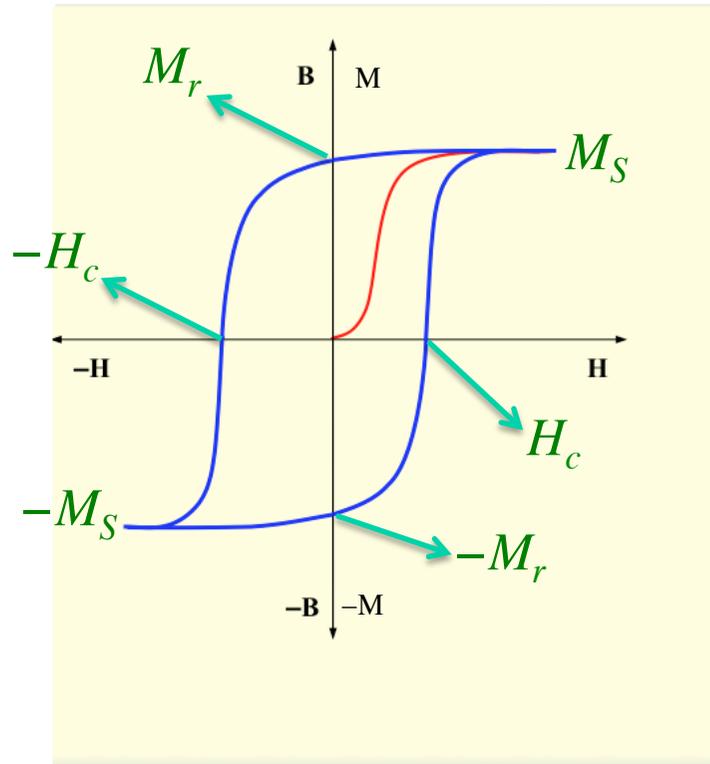
<http://neel2.fis.puc.cl/cncm/Magnetismo/index.html>

Dominios y Procesos de Magnetización



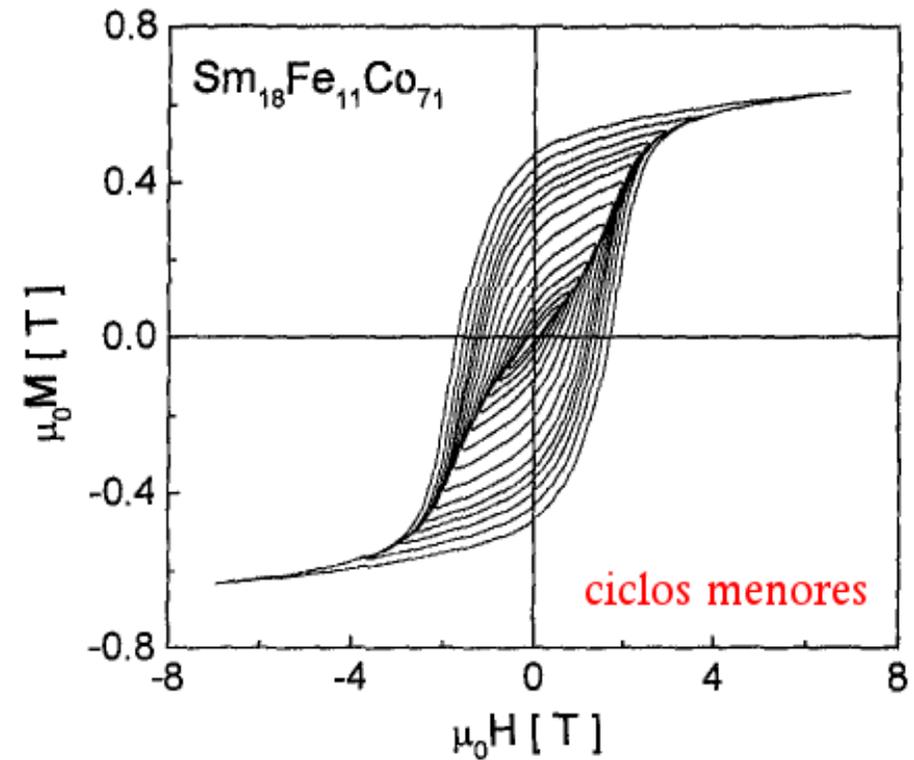
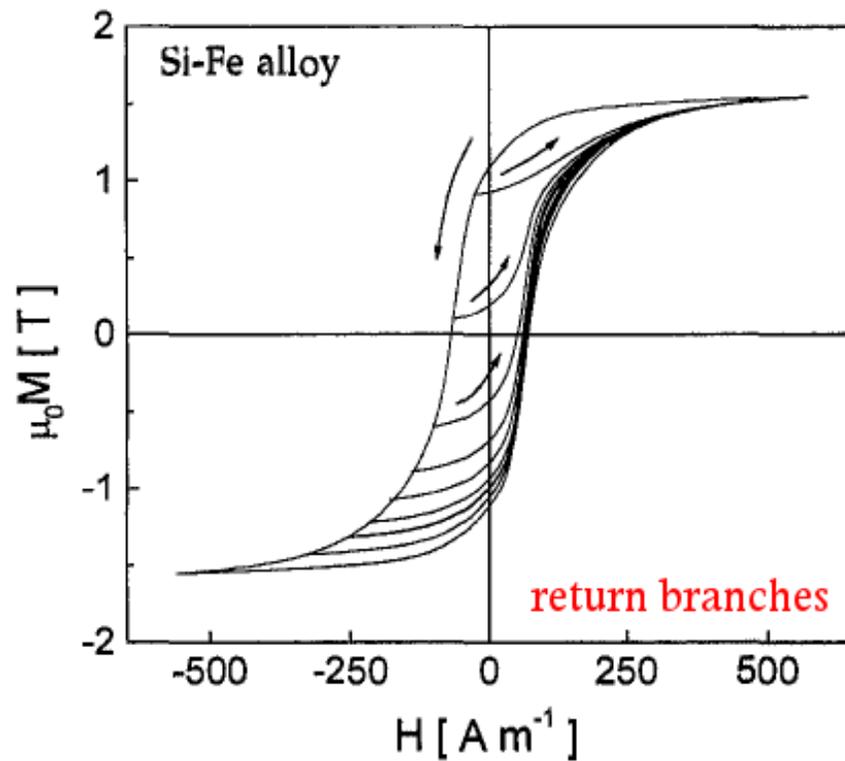
Caracterización del ciclo de histéresis

- Una manera de caracterizar los materiales FM es a través de la curva de magnetización $M = M(H)$ o $B = B(H)$, medidas en la dirección del campo externo H .



- **Magnetización de saturación M_S** : máxima magnetización alcanzada.
- La curva de magnetización virgen sólo se puede obtener cuando la muestra está desmagnetizada ($M = 0$ en $H = 0$).
- Esta desmagnetización se puede obtener mediante el calentamiento de la muestra a una temperatura elevada, y enfriándolo en $H = 0$, o ciclándolo H constantemente con amplitud decreciente.
- **Magnetización remanente M_r** : magnetización que permanece cuando H es llevado nuevamente a 0.
- **Campo coercivo (coercividad) H_C** : campo necesario para llevar la M desde M_S a cero.
- La curva exterior se conoce como **ciclo de histéresis limitante**, y se obtiene mediante la aplicación de un H suficientemente grande en los dos sentidos. La curva es reproducible en ciclos consecutivos del campo aplicado.

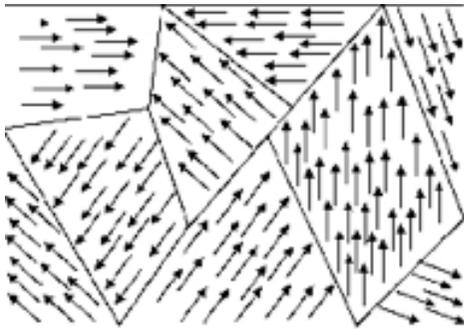
- Cada punto en el interior del ciclo limitante puede ser alcanzado en un número infinito de diferentes maneras, dependiendo de la historia del campo.



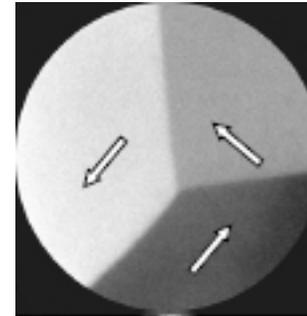
- **Ramas de retorno** (return branches): El caso más simple de las ramas de retorno de primer orden se obtiene iniciando desde M_S e invirtiendo H a un cierto punto del ciclo de saturación.
- Estas curvas están asociadas al análisis FORC (First Order Reversal Curve) que da una mayor información de los procesos de magnetización.
- **Ciclos menores** (minor loops): Se obtienen al aplicar un H cíclico de amplitud variable al estado desmagnetizado.

Histéresis y dominios magnéticos

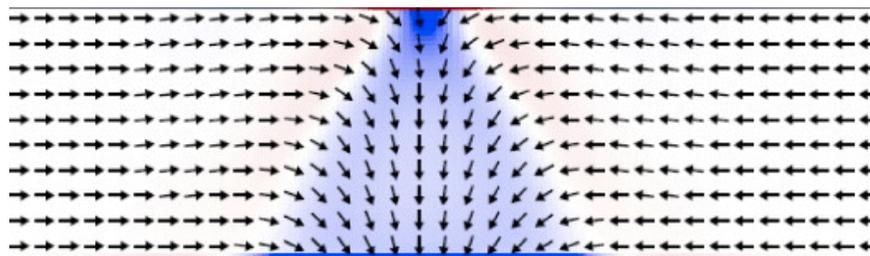
- A $T < T_C$ los materiales FM pueden tener magnetización nula
- Esto es porque FM poseen regiones magnetizadas uniformemente, que presentan una orientación paralela de todos los momentos magnéticos, llamados "dominios magnéticos". (Weiss, 1907)



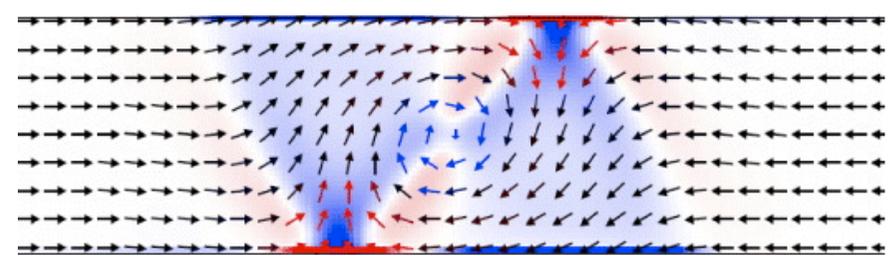
Película de Fe



- Diferentes dominios magnéticos poseen diferentes direcciones de la magnetización y están separados por regiones llamadas "paredes de dominio"



Pared de dominio transversal

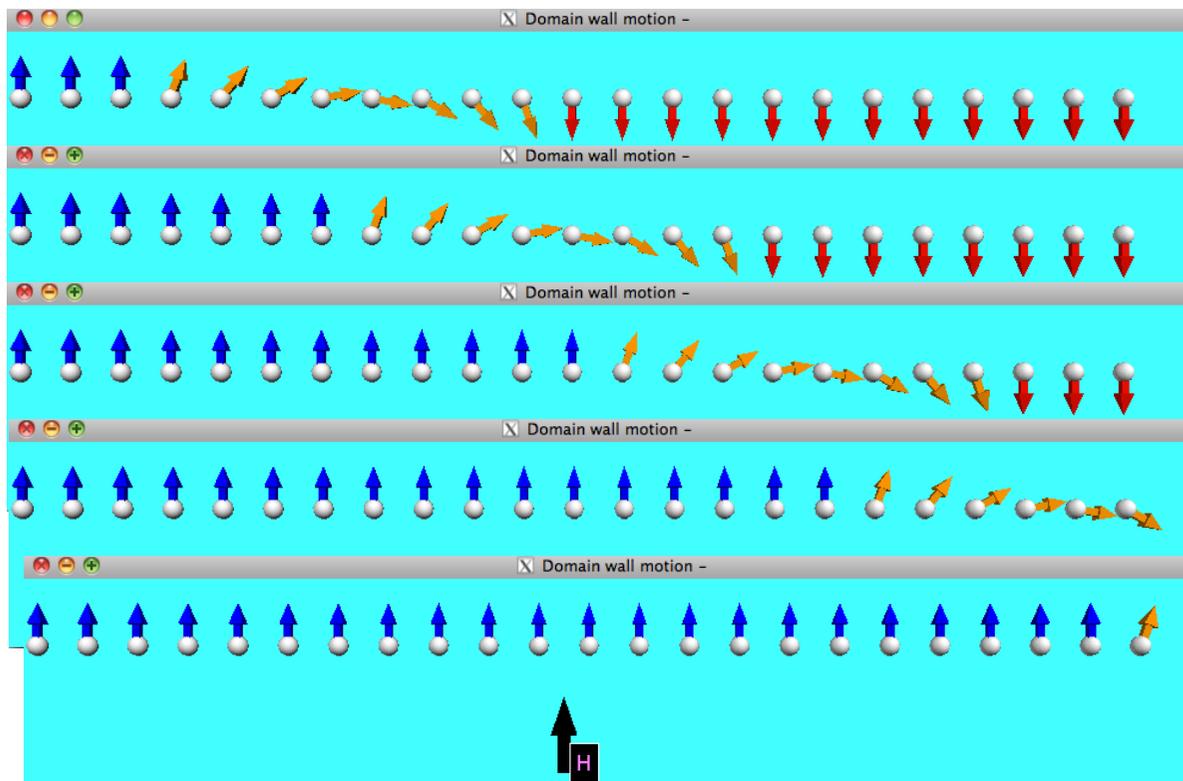


Pared de dominio vórtice

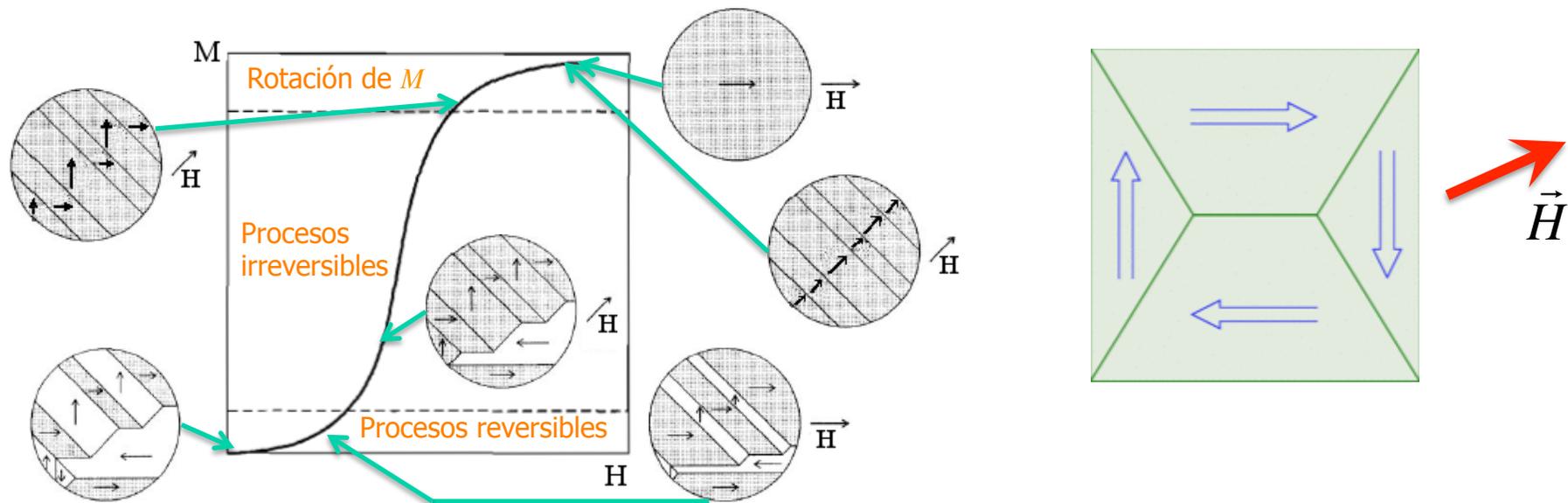
- La existencia de paredes de dominio explica la sorprendente observación que en soft FM es posible obtener M_S aplicando H muy débiles ($B \sim 10^{-6}$ T)

$$\chi_{\text{paramagneto}} \sim 10^{-3} \quad \Rightarrow \quad \mu_0 M = \chi B \sim 10^{-3} \times 10^{-6} \text{ T} = 10^{-9} \text{ T}$$

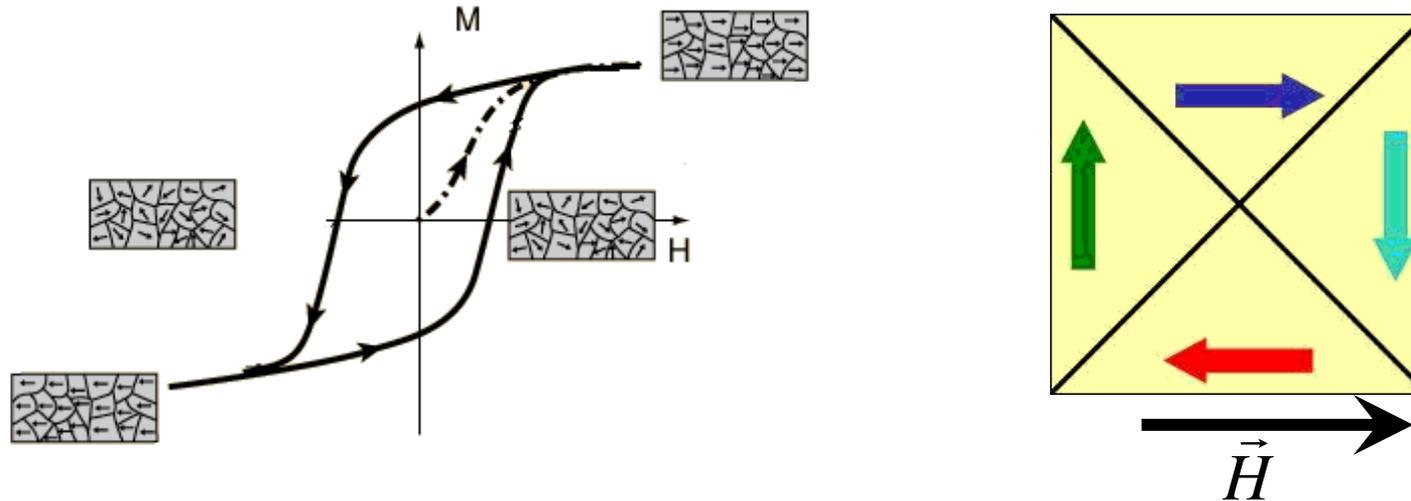
- El efecto grande en FM es debido a que H no tiene que ordenar los momentos magnéticos macroscópicamente, solo tiene que alinear los dominios. Un movimiento de paredes de dominio requiere baja energía.



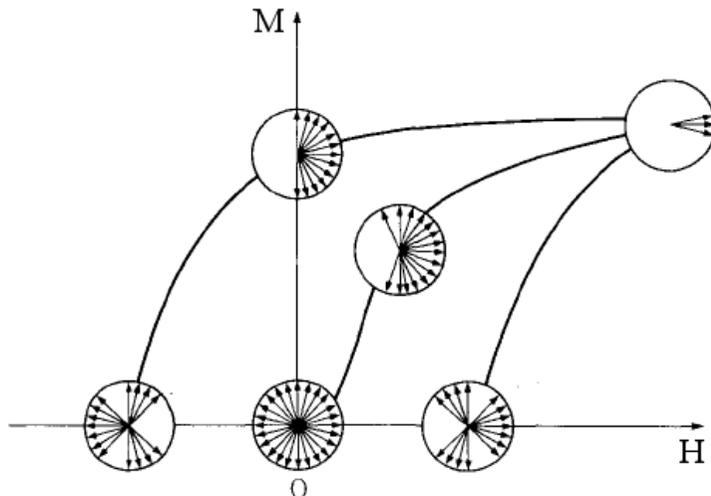
- El aumento de M en un H se lleva a cabo mediante 2 procesos independientes:
 - En H débiles el volumen de los dominios orientados favorablemente aumenta a expensas de los dominios orientados desfavorablemente a H .
 - En H fuertes la magnetización de los dominios giran hacia la dirección del campo.



- La presencia de una estructura de dominios magnéticos también explica los procesos de magnetización en un ciclo de histéresis:

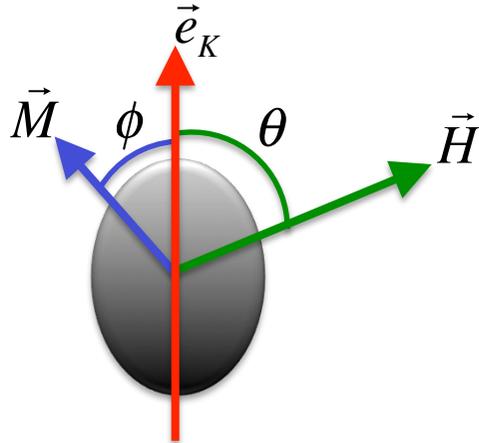


- En materiales policristalinos, la situación no es tan simple:



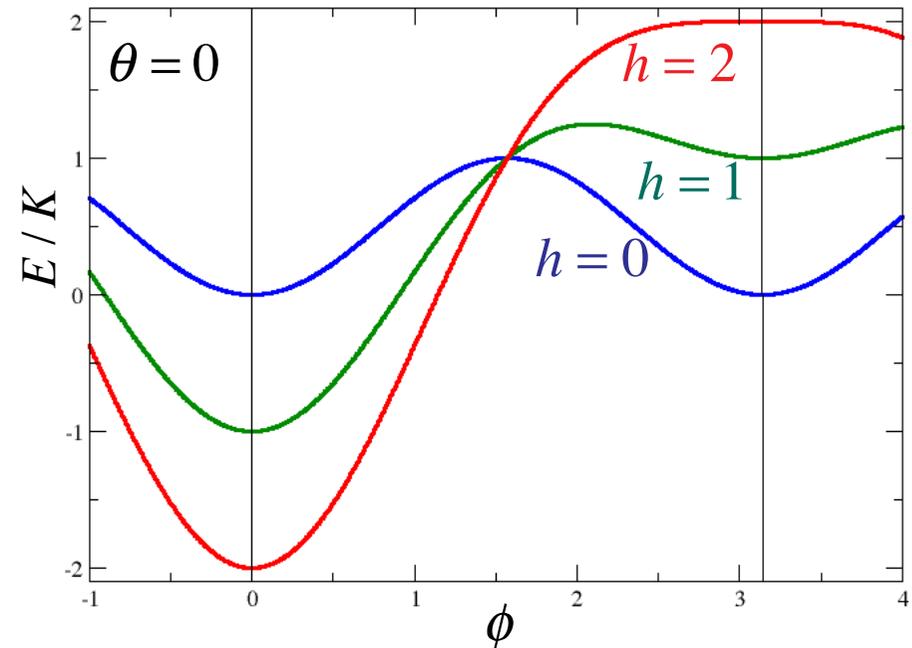
La M en la dirección negativa se invierte en primer lugar, porque presiones más fuertes actúan sobre las paredes que contribuyen a este cambio de dominio.

- La importancia de los dominios magnéticos se puede apreciar más cuantitativamente calculando el ciclo de histéresis en el **modelo de Stoner-Wohlfart**:
- La hipótesis básica del modelo original es $M = \text{const}$ en la muestra $\Rightarrow E_{ex}$ se mantiene sin cambios durante la inversión de $M \Rightarrow E_{particula} = E_K$.



$$E = K \sin^2 \phi - \mu_0 H M_S \cos(\phi - \theta)$$

$$\varepsilon \equiv E/K = \sin^2 \phi - h \cos(\phi - \theta)$$



- H_C se determina buscando cuando la solución $M = 0$ ($\phi = \pi/2$) es un mínimo, o cuando $\phi = 0$ deja de ser un mínimo. Por ejemplo para $\theta = 0$:

$$d\varepsilon/d\phi = 2 \sin \phi \cos \phi + h \sin \phi = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi = 0, \pi; \quad h = -2 \cos(\phi)$$

$$d^2 \varepsilon / d\phi^2 = 2 \cos 2\phi + h \cos \phi \geq 0$$

$\phi = 0$ es mínimo cuando $h > -2$

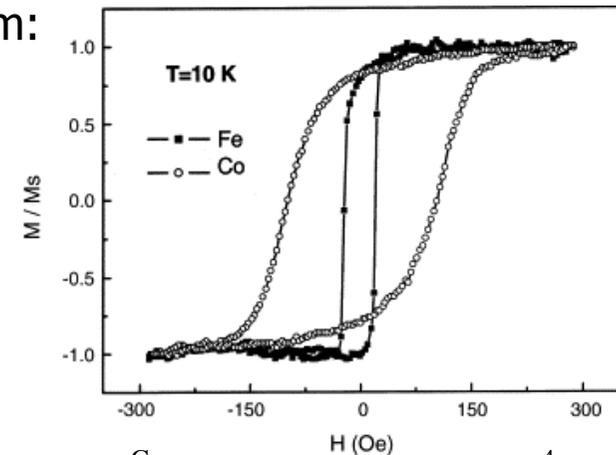
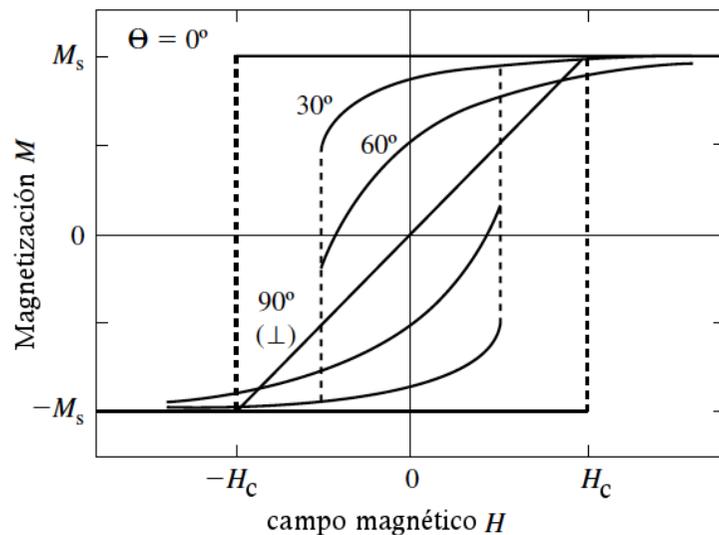
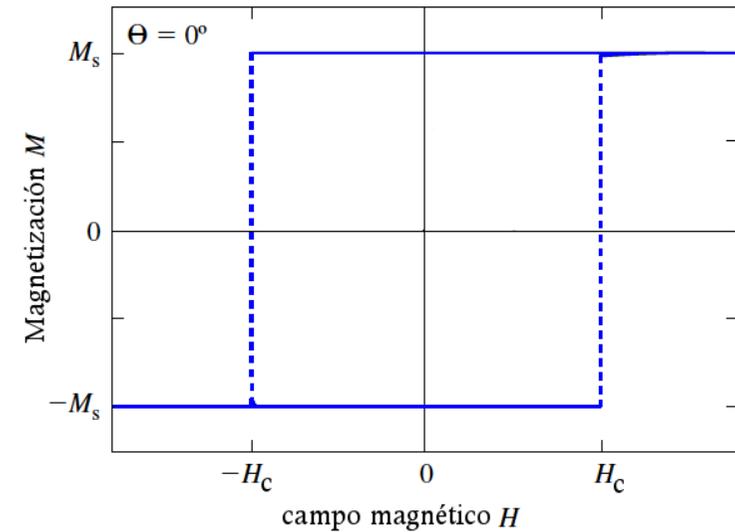
$\phi = \pi$ es mínimo cuando $h > 2$

$h = -2 \cos \phi$ cuando $-\sin^2 \phi > 0$ NUNCA

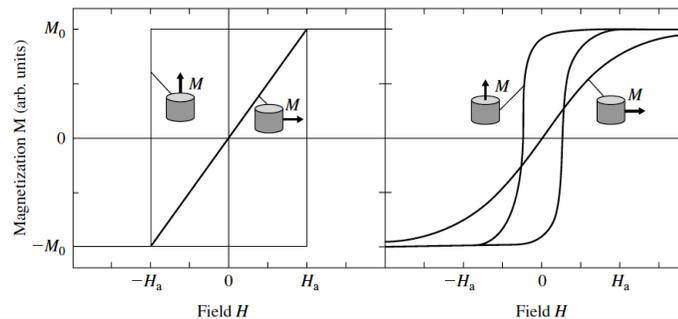
$$\Rightarrow h_c(\theta = 0) = 2 \Rightarrow H_c = \frac{2K}{\mu_0 M_s}$$

Suponiendo Co con $K = 7.66 \times 10^5 \text{ J/m}^3$, y $M_s = 1.4 \times 10^6 \text{ A/m}$:

$$H_c = 8.7 \times 10^5 \text{ A/m}$$

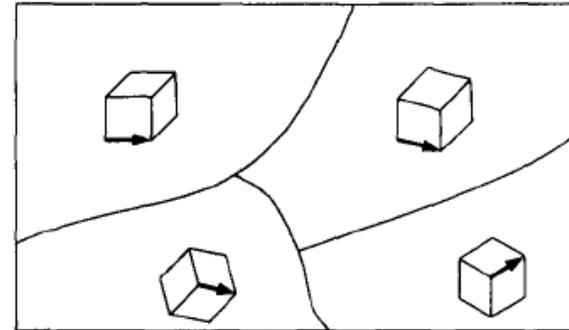
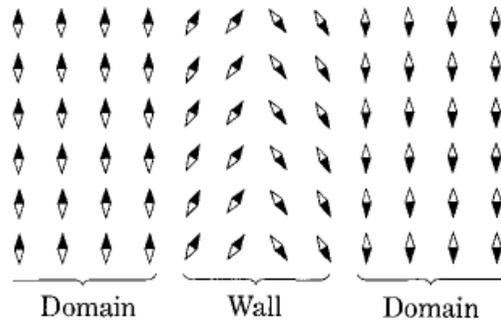


$$H_c^{\text{Co}} = 101 \text{ Oe} = 8.0 \times 10^4 \text{ A/m}$$

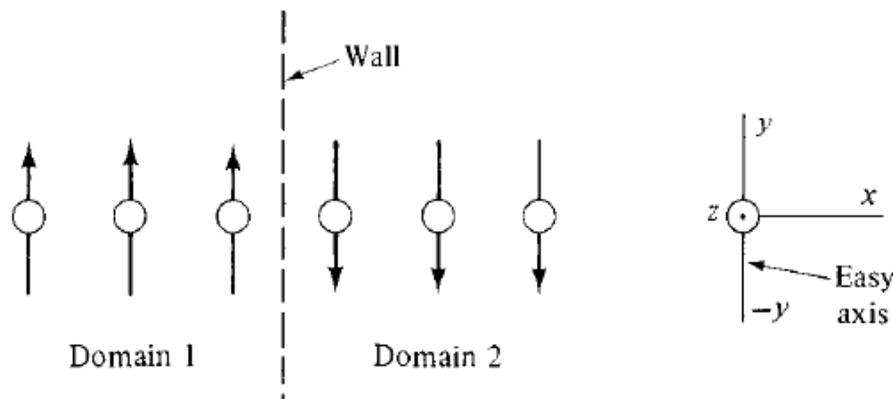


Estructura de la pared de dominio (DW)

- Las DW son interfaces entre regiones en las que la magnetización espontánea tiene diferentes direcciones.



- En o dentro de la DW la M debe cambiar de dirección, desde una dirección cristalográfica fácil a otra.
- Podríamos imaginar que este cambio se produce de un átomo a otro. Pero la E_{ex} en un FM es un mínimo cuando espines adyacentes son paralelos.

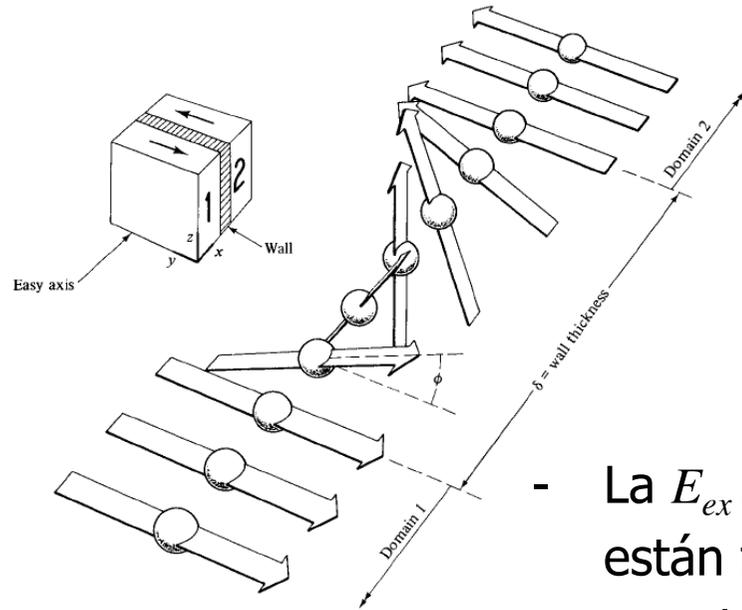


Hay una E_{ex} grande asociada al WD, ya que los espines adyacentes a la pared son antiparalelos

$$E_{ex}(180^\circ) = -(N_1 - 1)J - (N_2 - 1)J + J$$

$$= -(N_1 + N_2)J + 3J$$

- El gasto de E se puede reducir permitiendo un cambio gradual a lo largo N átomos, t.q. el ángulo ϕ entre espines adyacentes en valor medio sea π/N



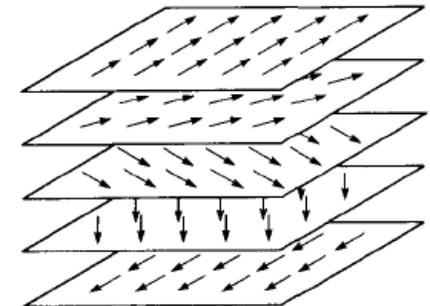
Ejemplo de DW con $\phi = 30^\circ$

$$E_{ex}(30^\circ) = -(N_1 - 3)J - (N_2 - 4)J - 6J \cos 30^\circ$$

$$= -(N_1 + N_2)J + 7J - 3\sqrt{3}J$$

$$\Rightarrow E_{ex}(30^\circ) = E_{ex}(180^\circ) - 1.2J$$

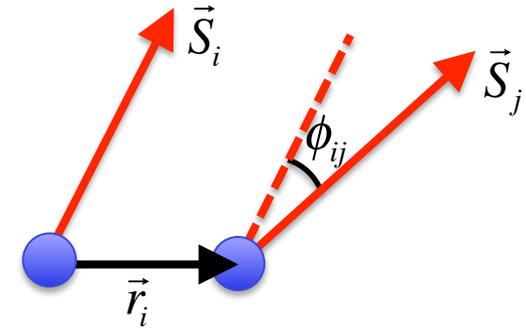
- La E_{ex} se reduce pero los espines dentro de la DW están fuera de los ejes fáciles, $\Rightarrow E_K$ dentro de la pared es mayor que en los dominios adyacentes.
- La E_{ex} trata que la DW sea lo más amplia posible (ϕ lo más pequeña posible). La E_K trata que la DW sea delgada (menos espines fuera de los ejes fáciles).
- Las DW que separan 2 dominios con magnetización opuesta son conocidas como **paredes de Bloch**. La rotación de los espines ocurren en un plano paralelo al plano del DW.



- Para calcular la energía y la estructura de una pared de dominio, consideramos una pared bastante gruesa y utilizamos un modelo continuo en lugar de un modelo de átomos individuales:

$$E_{ex}^{(i)} = -\sum_j 2J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j = -2JS^2 \sum_{j=1}^{z_i} \cos \phi_{ij}$$

$$\approx -2JS^2 \sum_{j=1}^{z_i} \left(1 - \frac{1}{2} \phi_{ij}^2\right) = -2Jz_i S^2 + JS^2 \sum_{j=1}^{z_i} \phi_{ij}^2$$

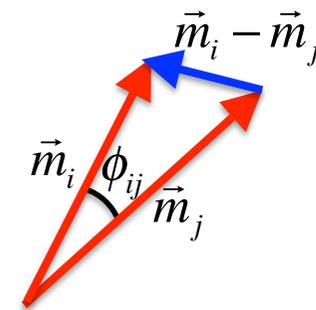


- Tomamos como referencia el estado en el cual todos los espines están alineados

$$E_{ex}^{(i)} = JS^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{z_i} \phi_{ij}^2$$

- Para $\phi_{ij} \ll 1$

$$|\phi_{ij}| \approx |\vec{m}_i - \vec{m}_j|, \quad \vec{m}_i \equiv \vec{S}_i / |\vec{S}_i|$$

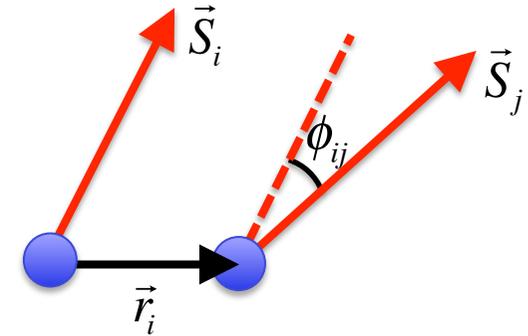


$$|\vec{m}_i - \vec{m}_j|^2 = |\vec{m}_i|^2 + |\vec{m}_j|^2 - 2|\vec{m}_i||\vec{m}_j| \cos \phi_{ij}$$

$$= 2 - 2 \cos \phi_{ij} \approx 2 - 2(1 - \phi_{ij}^2/2)$$

- En la aproximación del continuo:

$$\vec{m}_i = \vec{m}(\vec{r}); \quad \vec{m}_j = \vec{m}(\vec{r} + \vec{r}_i)$$



- Expandiendo en series de Taylor, al primer orden,

$$|\vec{m}_i - \vec{m}_j| = \left| (\vec{r}_i \cdot \vec{\nabla}) \vec{m} \right| \Rightarrow E_{ex}^{(i)} = JS^2 \sum_{j=1}^{z_i} \left| (\vec{r}_i \cdot \vec{\nabla}) \vec{m} \right|^2$$

- La densidad de energía total se obtiene sumando sobre todos los espines en la celda unidad y dividiendo por el volumen de la celda. Para celdas cúbicas:

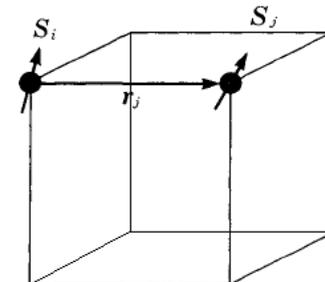
$$\epsilon_{ex} = A \left[\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial z} \right)^2 \right] \quad \text{con} \quad A = \frac{2nJS^2}{a} \quad \text{y} \quad \begin{array}{l} n = 1 \text{ (sc)} \\ n = 2 \text{ (bcc)} \\ n = 4 \text{ (fcc)} \end{array}$$

exchange stiffness

- Ejem. para una red cúbica simple, la suma en j es sobre los 6 vecinos:

$$\vec{r}_i = a(\pm 1, 0, 0), \quad a(0, \pm 1, 0), \quad a(0, 0, \pm 1)$$

$$\Rightarrow \epsilon_{ex} = \frac{JS^2}{a^3} \sum_{i=1}^N 2a^2 \left[\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial z} \right)^2 \right]$$



- La ε_{ex} generalmente se escribe como

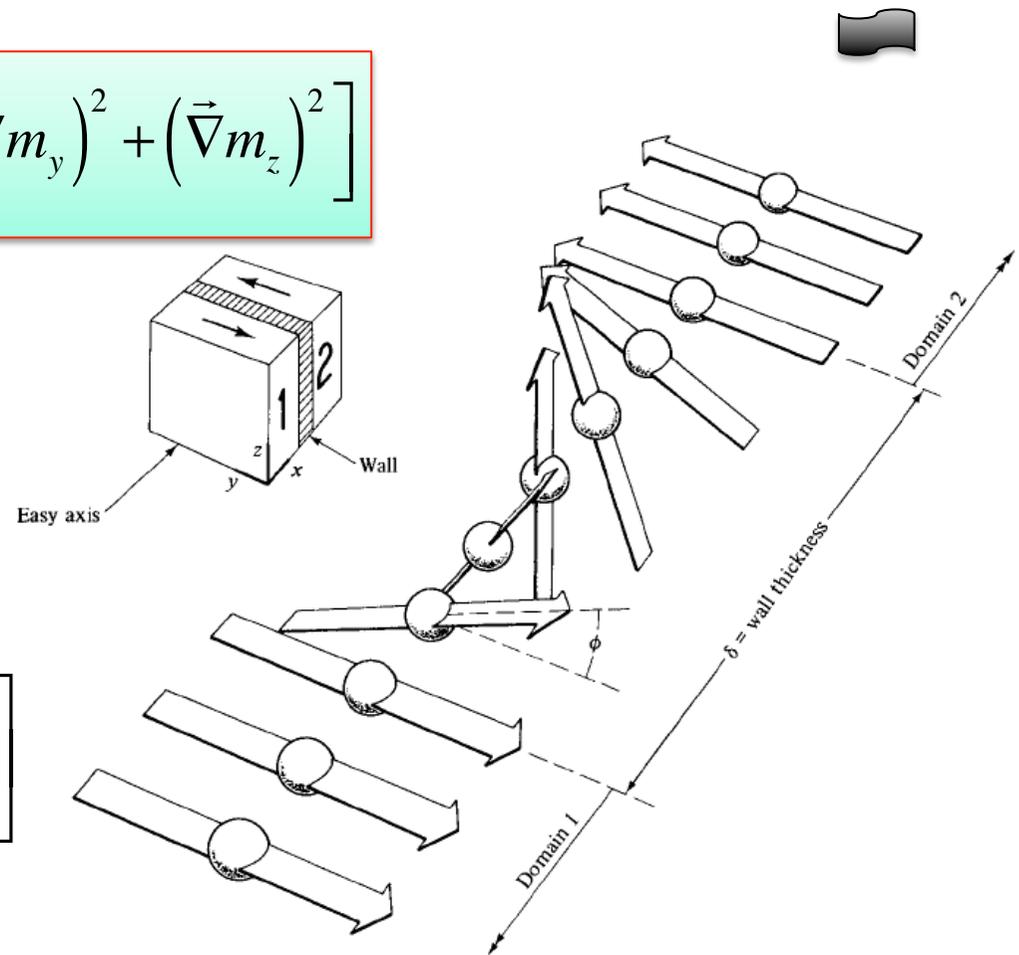
$$\varepsilon_{ex} = A \left[\left(\vec{\nabla} m_x \right)^2 + \left(\vec{\nabla} m_y \right)^2 + \left(\vec{\nabla} m_z \right)^2 \right]$$

- Para la pared de Bloch:

$$\varepsilon_{ex} = A \left[\left(\frac{\partial m_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_z}{\partial x} \right)^2 \right]$$

$$= A \left[\left(-\frac{\partial \cos \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \sin \phi}{\partial x} \right)^2 \right]$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{ex} = A \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \text{ en 1ª aprox.}$$



- La E_K en el caso general está dado por

$$\varepsilon_K = g(\phi)$$

$$g(\phi) = K_u \sin^2 \phi \quad \text{para anisotropía uniaxial}$$

$$g(\phi) = K_1 \sin^2 \phi \cos^2 \phi \quad \text{para anisotropía cúbica con } M \text{ confinado a un plano } \{100\}$$

- La energía de la pared está dada por la suma de E_{ex} y la E_K , integrada en el espesor de la pared:

$$\sigma_{\text{wall}} = \sigma_{ex} + \sigma_K = \int_{-\infty}^{\infty} \left[A \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + g(\phi) \right] dx$$

- Minimizando este funcional:

$$0 = \frac{\delta \sigma_{\text{wall}}}{\delta \phi} = \frac{\delta}{\delta \phi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[A \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 + g(\phi) \right] dx$$

Derivada funcional:

$$F = \int \eta(f, \nabla f) dV$$

$$\frac{\delta F}{\delta f(\mathbf{r})} = \frac{\partial \eta}{\partial f} - \nabla \cdot \left(\frac{\partial \eta}{\partial \nabla f} \right)$$

$$\Rightarrow 0 = \left(\frac{\partial}{\partial \phi} - \vec{\nabla} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{\nabla} \phi} \right) \left[A \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + g(\phi) \right] = \frac{\partial g(\phi)}{\partial \phi} - 2A \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{\partial g(\phi)}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} - 2A \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial g(\phi)}{\partial x} - A \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2$$

$$\Rightarrow A \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 = g(\phi)$$

- Integrando:

$$A \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 = g(\phi) \Rightarrow \frac{d\phi}{dx} = \frac{\sqrt{g(\phi)}}{\sqrt{A}} \Rightarrow x = \sqrt{A} \int \frac{d\phi}{\sqrt{g(\phi)}}$$

- El caso más simple es una pared de Bloch con anisotropía uniaxial

$$g(\phi) = K_u \sin^2 \phi \Rightarrow \sqrt{g(\phi)} = \sqrt{K_u} \sin \phi$$

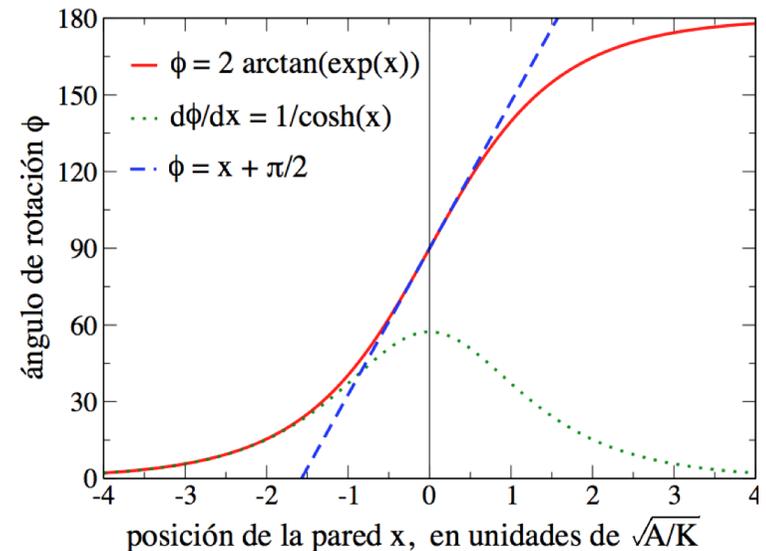
$$x = \sqrt{\frac{A}{K_u}} \int \frac{d\phi}{\sin \phi} = \sqrt{\frac{A}{K_u}} \ln \left(\tan \frac{\phi}{2} \right)$$

- El espesor de la pared de dominio es formalmente infinito.

- Un espesor efectivo de la DW se puede definir como el ancho de una pared con un valor constante de $d\phi/dx$ igual a la del centro de la pared.

- Para anisotropía uniaxial, la pendiente $d\phi/dx$ tiene su valor máximo $\sqrt{A/K_u}$ en el centro de la pared =>

$$\delta = \pi \sqrt{A/K_u}$$



- La energía de una DW de Bloch se obtiene recordando que en su interior la E_{ex} y la E_K son iguales:

$$\sigma_{\text{wall}} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[A \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + g(\phi) \right] dx = 2 \int_{-\infty}^{\infty} g(\phi) dx$$

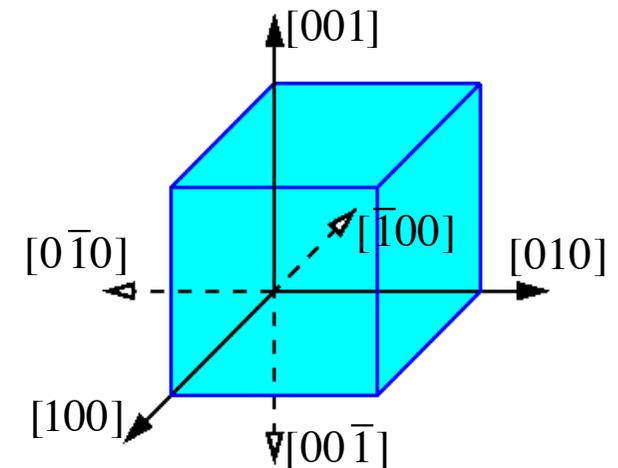
$$x = \sqrt{A} \int \frac{d\phi}{\sqrt{g(\phi)}} \Rightarrow dx = \sqrt{A} \frac{1}{\sqrt{g(\phi)}}$$

$$\Rightarrow \sigma_{180} = 2\sqrt{A} \int_0^\pi \sqrt{g(\phi)} d\phi \Rightarrow \sigma_{180}^{\text{uniaxial}} = 2\sqrt{A} \int_0^\pi \sqrt{K_u} \sin \phi d\phi = 4\sqrt{AK_u}$$

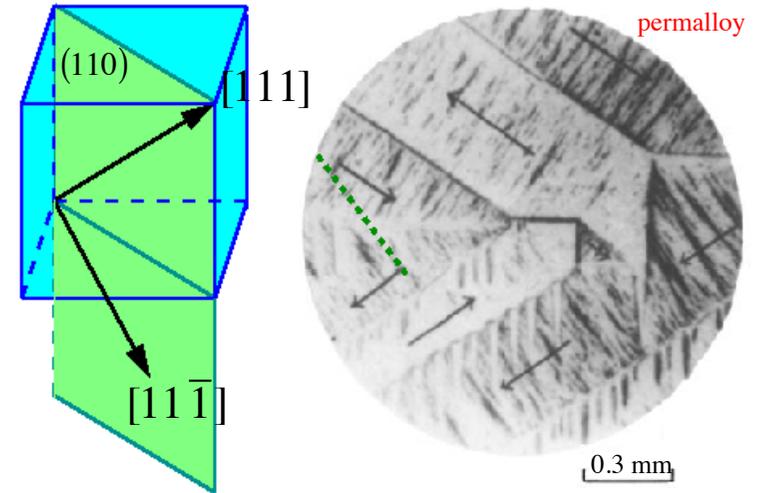
Para Co a 300 K, $A = 1.3 \times 10^{-11}$ J/m, $K_u = 4 \times 10^5$ J/m³, $a = 0.25$ nm

$\Rightarrow \delta = 17.9$ nm ≈ 70 espacios atómicos y $\sigma = 9.1 \times 10^{-3}$ J/m².

- En un FM cúbico con $K > 0$, como Fe, hay 6 posibles direcciones de M del dominio.
 - Una DW entre $[100]$ y $[\bar{1}00]$ es una pared de 180°
 - Una DW entre $[100]$ y $[001]$ es una pared de 90°



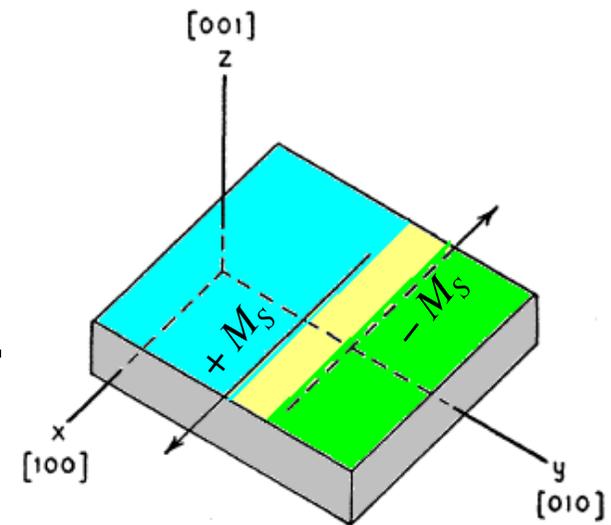
- Si $K < 0$, como Ni, hay 3 clases de DW: 180° , 109.5° , 70.5° .
- En general, las DW distintos de 180° se clasifican como 90° , y comparten la propiedad de ser sensibles a las tensiones mecánicas.



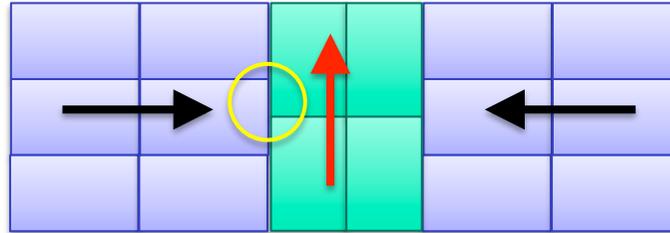
- Para anisotropía cúbica descrita por una sola $K_1 > 0$, $g(\phi) = K_1 \sin^2 \phi \cos^2 \phi$ si la DW radica en un plano $\{100\}$

$$\Rightarrow \sqrt{g(\phi)} = \frac{\sqrt{K_1}}{2} \sin 2\phi$$

- Una complicación cuando se intenta calcular δ_{DW} y σ_{DW} de una pared de 180° . Hay una dirección fácil a mitad de camino a través de la pared, donde $\phi = \pi/2$.
- Podríamos esperar que la pared de 180° se separe en dos de 90° , con un nuevo dominio entre ellos.
- Esto no ocurre por la magnetostricción:



- Si los dominios originales, con una DW de 180° , se magnetizaran en las direcciones $[100]$ y $[\bar{1}00]$ en un plano $\{001\}$, se alargarían a lo largo del eje fácil $[100]$.



- El nuevo dominio se magnetizaría y alargaría a lo largo de una dirección $[010]$
- El desajuste crearía deformaciones elásticas locales, lo que aumentaría la energía asociada con la pared
- El aumento de energía dependerá principalmente de las constantes de magnetostricción y las constantes elásticas del material, y en cierta medida de la configuración del dominio circundante.
- Podemos calcular δ_{DW} y σ_{DW} para una pared de 180° en un material cúbico, calculando la de una DW de 90° y multiplicando por 2. Los valores calculados serán menores, pero no por un factor grande:

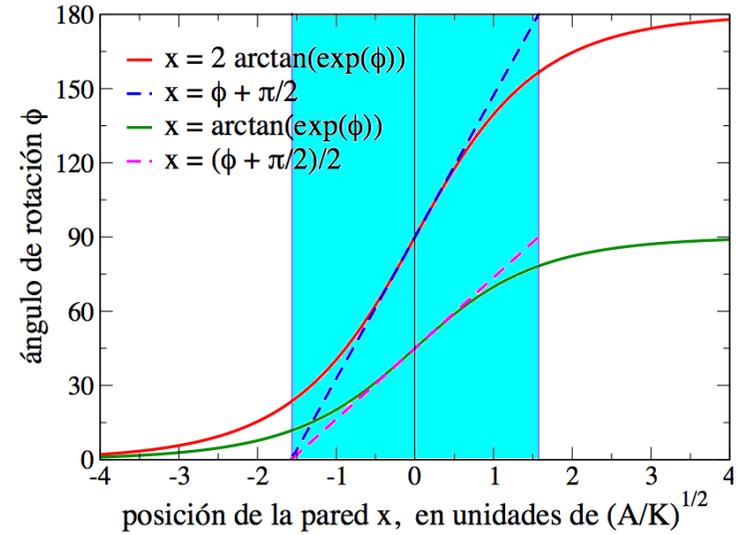
$$x = \sqrt{A} \int \frac{d\phi}{\sqrt{g(\phi)}} = \sqrt{A} \int \frac{d\phi}{\frac{1}{2} \sqrt{K_1} \sin 2\phi} = \sqrt{\frac{A}{K_1}} \ln(\tan \phi)$$

$$\Rightarrow \delta_{90}^{\text{cúbico}} = \pi \sqrt{A/K_u}$$

y

$$\begin{aligned} \sigma_{90}^{\text{cúbico}} &= 2\sqrt{A} \int_0^{\pi/2} \sqrt{g(\phi)} d\phi \\ &= 2\sqrt{AK_1} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \sin 2\phi d\phi = 2\sqrt{AK_1} \end{aligned}$$

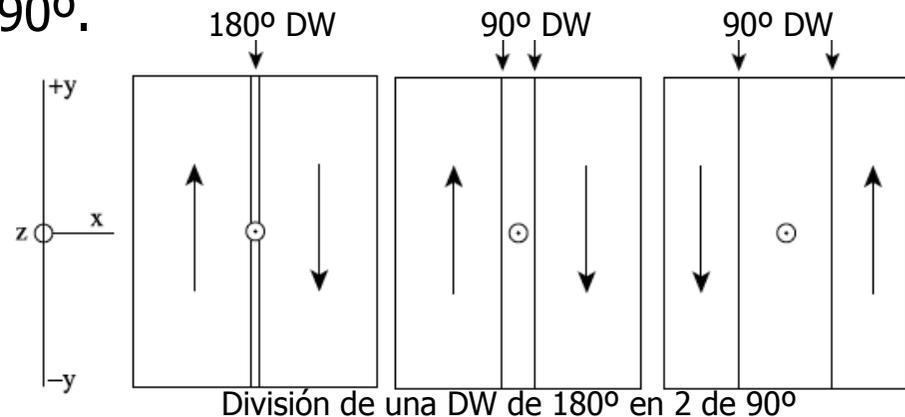
$$\Rightarrow \sigma_{180}^{\text{cúbico}} = 4\sqrt{AK_1}$$



Para Fe a 300 K, $J \approx 0.3 k_B T_C \Rightarrow A = 7 \times 10^{-12} \text{ J/m}$, $K_1 = 4.7 \times 10^4 \text{ J/m}^3$, $a = 0.286 \text{ nm}$
 $\Rightarrow \delta \approx 38 \text{ nm} \approx 134 \text{ espacios atómicos}$ y $\sigma = 2.3 \times 10^{-3} \text{ J/m}^2$.

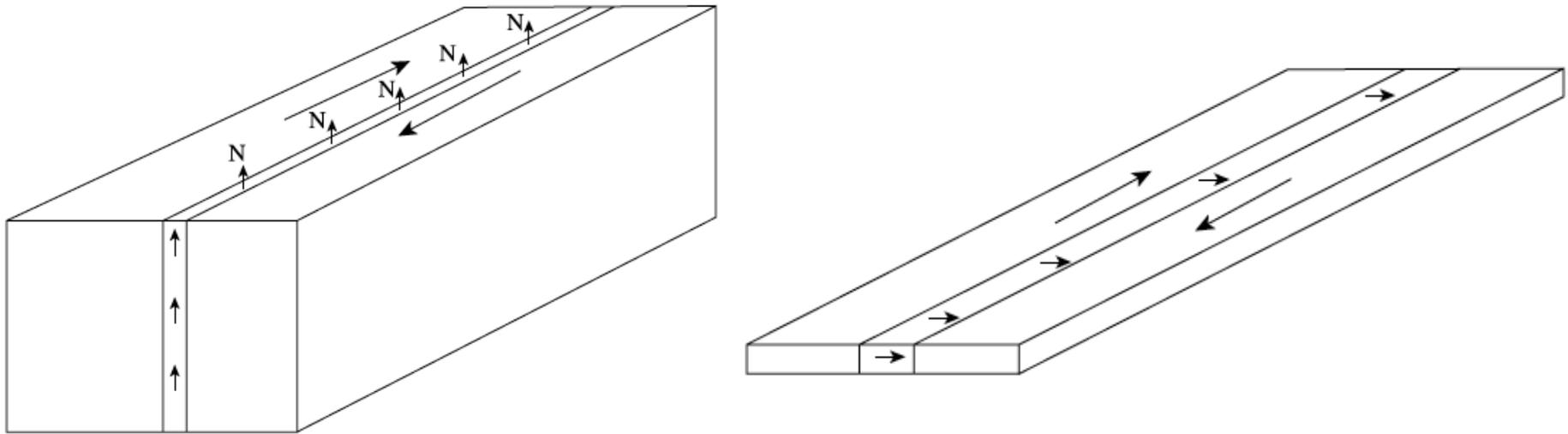
- El ancho de una pared de 180° será algo más de 2 veces 38 nm, debido a la tendencia a separarse en 2 paredes de 90° .

- La magnitud del ancho de las DW significa que ellas no interactúan fuertemente con defectos puntuales, como vacantes o átomos intersticiales.



Paredes de Néel

- Si el espesor de una muestra es comparable al espesor de la DW, la energía asociada con los polos libres que surgen cuando una DW de Bloch se encuentra con la superficie se vuelve significativa.



- Esto lleva a un cambio en la estructura de la DW, con la rotación de la M en el plano de la muestra en lugar de en el plano de la pared.
- Esto crea polos libres en la pared, ya que la componente normal de la M en la pared ya no es constante, sin embargo da una energía total menor.
- Este tipo de DW se le llama **pared de Néel**.

APENDICES

$$\varepsilon_{ex} = A \left[\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial z} \right)^2 \right] = A \left[(\partial_x \vec{m})^2 + (\partial_y \vec{m})^2 + (\partial_z \vec{m})^2 \right]$$

$$\partial_x (\vec{m} \cdot \vec{m}) = \partial_x (1) = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{m} \cdot \partial_x \vec{m} = 0$$

$$\partial_x (\vec{m} \cdot \partial_x \vec{m}) = 0 \quad \Rightarrow \quad (\partial_x \vec{m})^2 + \vec{m} \cdot \partial_x^2 \vec{m} = 0 \quad \Rightarrow \quad (\partial_x \vec{m})^2 = -\vec{m} \cdot \partial_x^2 \vec{m}$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon_{ex} = -A \left[\vec{m} \cdot \partial_x^2 \vec{m} + \vec{m} \cdot \partial_y^2 \vec{m} + \vec{m} \cdot \partial_z^2 \vec{m} \right] = -A (\vec{m} \cdot \nabla^2 \vec{m}) = -A \sum_{\alpha=1}^3 m_{\alpha} \nabla^2 m_{\alpha}$$

$$\vec{\nabla} \cdot (m_{\alpha} \vec{\nabla} m_{\alpha}) = m_{\alpha} \nabla^2 m_{\alpha} + |\vec{\nabla} m_{\alpha}|^2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \sum_{\alpha=1}^3 m_{\alpha} \nabla^2 m_{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^3 |\vec{\nabla} m_{\alpha}|^2 &= \sum_{\alpha=1}^3 \vec{\nabla} \cdot (m_{\alpha} \vec{\nabla} m_{\alpha}) = \vec{\nabla} \cdot \left(\sum_{\alpha=1}^3 m_{\alpha} \vec{\nabla} m_{\alpha} \right) = \sum_{\beta=1}^3 \partial_{\beta} \sum_{\alpha=1}^3 m_{\alpha} \partial_{\beta} m_{\alpha} = \\ &= \sum_{\beta=1}^3 \partial_{\beta} (\vec{m} \cdot \partial_{\beta} \vec{m}) = \sum_{\beta=1}^3 \partial_{\beta} (0) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon_{ex} = A \left[(\vec{\nabla} m_x)^2 + (\vec{\nabla} m_y)^2 + (\vec{\nabla} m_z)^2 \right]$$

