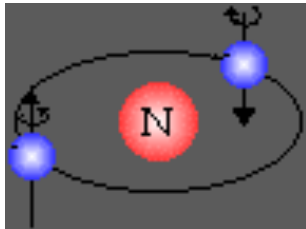
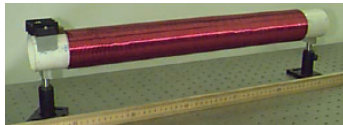


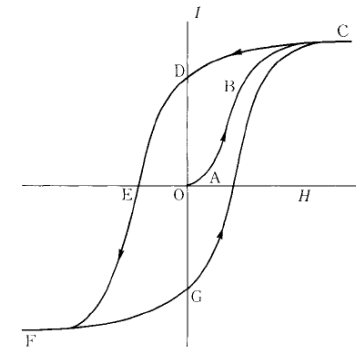


Magnetismo en Materia Condensada



Dr. José Mejía López

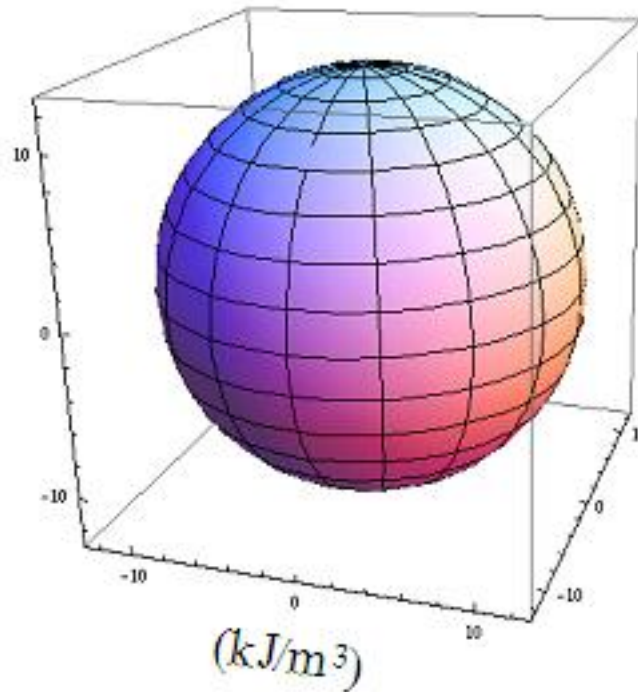
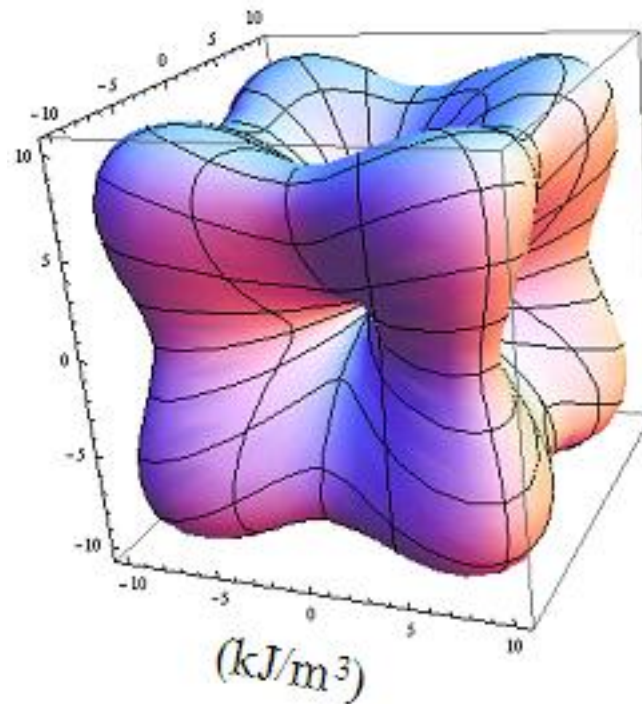
Oficina 6-418
e-mail: jmejia@puc.cl



Sitio Web:

<http://neel2.fis.puc.cl/cncm/Magnetismo/index.html>

Efectos de la Anisotropía Magnética



Fenomenología de la Anisotropía Magnética

- El término anisotropía magnética se utiliza para describir la dependencia de la energía interna con la dirección de la magnetización espontánea.
- Las densidades de energía de anisotropía varían desde menos de $5 \times 10^{-3} \text{ J/m}^3$ en imanes muy suaves a más de 10^7 J/m^3 en algunos imanes permanentes de tierras raras.
- Las diferentes anisotropías magnéticas más importantes que describiremos son:
 - **Anisotropía Magneto-cristalina**
La magnetización se orienta a lo largo de los ejes cristalinos específicos
 - **Anisotropía de forma**
La magnetización se ve afectada por la forma macroscópica del sólido
 - **Anisotropía magnética inducida**
Las direcciones específicas de magnetización puede ser estabilizado por el templado de la muestra en un campo magnético externo.

- **Anisotropía de esfuerzos (stress) o magnetostricción (magnetostriction)**

La magnetización conduce a una deformación espontánea

- **Anisotropía de superficies e interfaces**

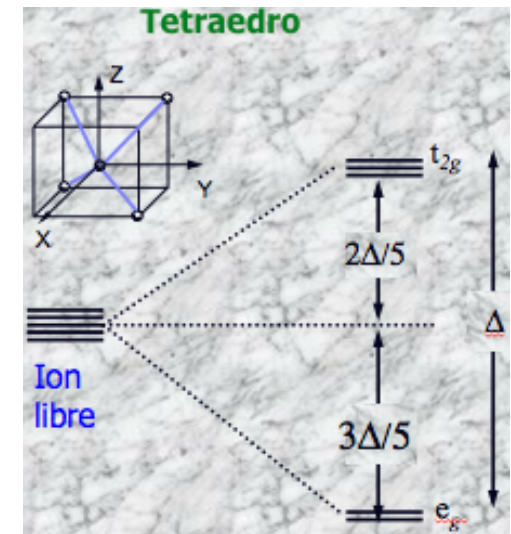
Las superficies e interfaces a menudo exhiben diferentes propiedades magnéticas en comparación al bulto debido a su ambiente asimétrico

Anisotropía Magneto-cristalina

- La anisotropía magneto-cristalina es causada por la interacción espín-órbita de los electrones.

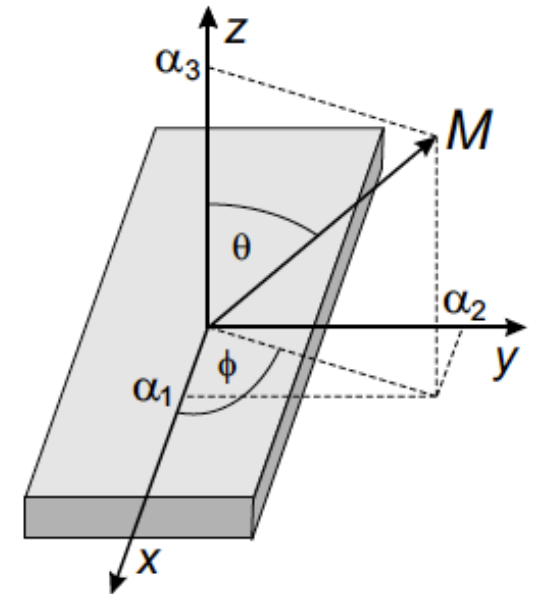
Los orbitales electrónicos están vinculados a la estructura cristalográfica.

=> existen direcciones en el espacio en los que en un material magnético es más fácil magnetizar, llamados **ejes fáciles** (o ejes de magnetización fácil).



- La E_{M-C} generalmente es pequeña comparada E_J , pero la dirección de la magnetización está determinado solo por la anisotropía.
- La interacción spin-órbita puede ser evaluada a partir de principios básicos.
- Más fácil: expresiones fenomenológicas (**expansiones en serie de potencias que tengan en cuenta la simetría del cristal**) con coeficientes desde el experimento.
- La dirección de la magnetización $\vec{m} = \vec{M}/|\vec{M}|$, con respecto a los ejes de coordenadas, puede ser dado por los cosenos directores como

$$\vec{m} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$$



- Los cosenos directores cumplen con la relación:

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1$$

- La E_{M-C} por volumen puede ser descrito por una expansión en serie de potencia de las componentes de la magnetización:

$$E_{M-C} = E_0 + \sum_i b_i \alpha_i + \sum_{ij} b_{ij} \alpha_i \alpha_j + \sum_{ijk} b_{ijk} \alpha_i \alpha_j \alpha_k + \sum_{ijkl} b_{ijkl} \alpha_i \alpha_j \alpha_k \alpha_l + O(\alpha^5)$$

- No hay diferencia de energía para sistemas opuestamente magnetizadas:

$$E(\vec{M}) = E(-\vec{M}) \quad \Rightarrow \quad E(\alpha_i) = E(-\alpha_i)$$

- Por lo tanto, ningún término impar de α_i existe en el desarrollo en series:

$$E_{M-C} = E_0 + \sum_{ij} b_{ij} \alpha_i \alpha_j + \sum_{ijkl} b_{ijkl} \alpha_i \alpha_j \alpha_k \alpha_l$$

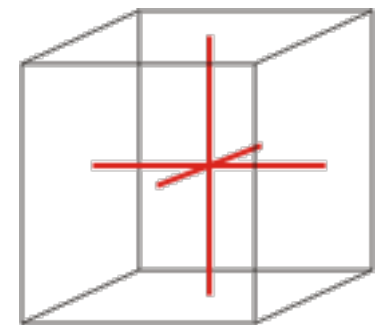
donde, por la misma razón, no debe existir términos cruzados.

ejem. $b_{ij} = 0$ si $i \neq j$.

Sistema cúbicos

- Indices $i = 1, 2, 3$ son indistinguibles en sistemas con simetría cúbica, es decir, $b_{11} = b_{22} = b_{33}$

$$\Rightarrow \sum_{ij} b_{ij} \alpha_i \alpha_j = b_{11} (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2) = b_{11}$$



- El término de cuarto orden es

$$\sum_{ijkl} b_{ijkl} \alpha_i \alpha_j \alpha_k \alpha_l = b_{1111} (\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4) + 6b_{1122} (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2)$$

pero $1 = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2)^2 = \alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 + 2(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2)$

$$\Rightarrow \sum_{ijkl} b_{ijkl} \alpha_i \alpha_j \alpha_k \alpha_l = b_{1111} + (6b_{1122} - 2b_{1111})(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2)$$

- El término de sexto orden es

$$\begin{aligned} \sum_{ijklmn} b_{ijklmn} \alpha_i \alpha_j \alpha_k \alpha_l \alpha_m \alpha_n = & b_{111111} (\alpha_1^6 + \alpha_2^6 + \alpha_3^6) + \\ & + 15b_{111122} (\alpha_1^2 \alpha_2^4 + \alpha_1^4 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^4 + \alpha_1^4 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^4 + \alpha_2^4 \alpha_3^2) + \\ & + 90b_{112233} \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \end{aligned}$$

pero

$$\begin{aligned} 1 = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2)^3 = & \alpha_1^6 + \alpha_2^6 + \alpha_3^6 + 6\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \\ & + 3(\alpha_1^2 \alpha_2^4 + \alpha_1^4 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^4 + \alpha_1^4 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^4 + \alpha_2^4 \alpha_3^2) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sum_{ijklmn} b_{ijklmn} \alpha_i \alpha_j \alpha_k \alpha_l \alpha_m \alpha_n = b_{111111} + (90b_{112233} - 6b_{111111}) \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 +$$

$$+ (15b_{111122} - 3b_{111111}) (\alpha_1^4 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^4 + \alpha_1^4 \alpha_3^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^4 + \alpha_2^4 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^4)$$

Y además, por ejem.

$$\alpha_1^2 \alpha_2^2 = \alpha_1^2 \alpha_2^2 (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2) = \alpha_1^4 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^4 + \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2$$

$$\Rightarrow \sum_{ijklmn} b_{ijklmn} \alpha_i \alpha_j \alpha_k \alpha_l \alpha_m \alpha_n = b_{111111} + (90b_{112233} - 6b_{111111}) \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 +$$

$$+ (15b_{111122} - 3b_{111111}) (\alpha_1^2 \alpha_2^2 - \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2 - \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 - \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2)$$

$$= b_{111111} + (90b_{112233} - 15b_{111111} - 45b_{111122}) \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 +$$

$$+ (15b_{111122} - 3b_{111111}) (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2)$$

- Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
E_{M-C}^{\text{cúbica}} &= E_0 + \sum_{ij} b_{ij} \alpha_i \alpha_j + \sum_{ijkl} b_{ijkl} \alpha_i \alpha_j \alpha_k \alpha_l + \sum_{ijklmn} b_{ijklmn} \alpha_i \alpha_j \alpha_k \alpha_l \alpha_m \alpha_n \\
&= E_0 + b_{11} + b_{1111} + (6b_{1122} - 2b_{1111})(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2) + \\
&\quad + b_{111111} + (90b_{112233} - 15b_{111111} - 45b_{111122}) \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \\
&\quad + (15b_{111122} - 3b_{111111})(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2) \\
&= E_0 + b_{11} + b_{1111} + b_{111111} + \\
&\quad + (6b_{1122} - 2b_{1111} + 15b_{111122} - 3b_{111111})(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2) \\
&\quad + (90b_{112233} - 15b_{111111} - 45b_{111122}) \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2
\end{aligned}$$

- Que lo escribimos como

$$E_{M-C}^{\text{cúbica}} = K_0 + K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2) + K_2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2$$

- Energías relativas a la anisotropía magneto-cristalina para diferentes direcciones cristalográficas:

E_{100}

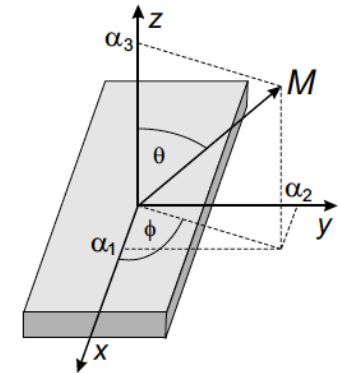
$$\begin{aligned}
 [100] &\Rightarrow \theta = 90^\circ, \quad \phi = 0^\circ \\
 &\Rightarrow \alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = \alpha_3 = 0 \\
 &\Rightarrow E_{100} = K_0
 \end{aligned}$$

E_{110}

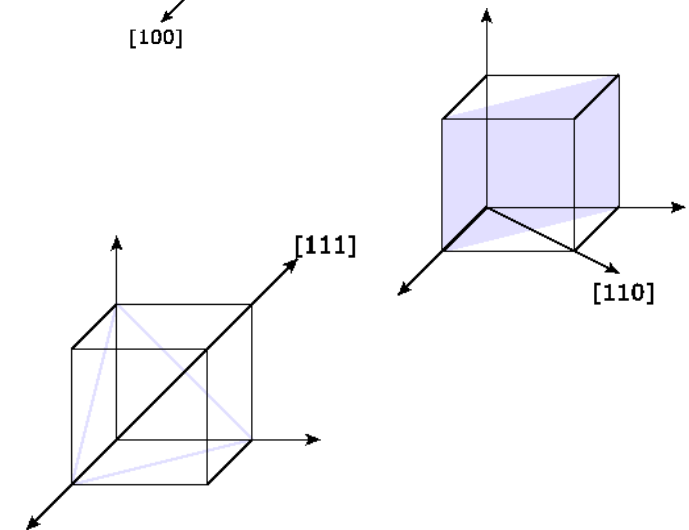
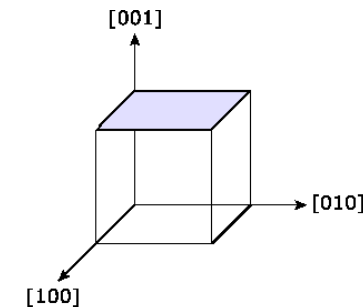
$$\begin{aligned}
 [110] &\Rightarrow \theta = 90^\circ, \quad \phi = 45^\circ \\
 &\Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = 1/\sqrt{2}, \quad \alpha_3 = 0 \\
 &\Rightarrow E_{110} = K_0 + \frac{1}{4}K_1
 \end{aligned}$$

E_{111}

$$\begin{aligned}
 [111] &\Rightarrow \theta = 54.7^\circ, \quad \phi = 45^\circ \\
 &\Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1/\sqrt{3} \\
 &\Rightarrow E_{111} = K_0 + \frac{1}{3}K_1 + \frac{1}{27}K_2
 \end{aligned}$$



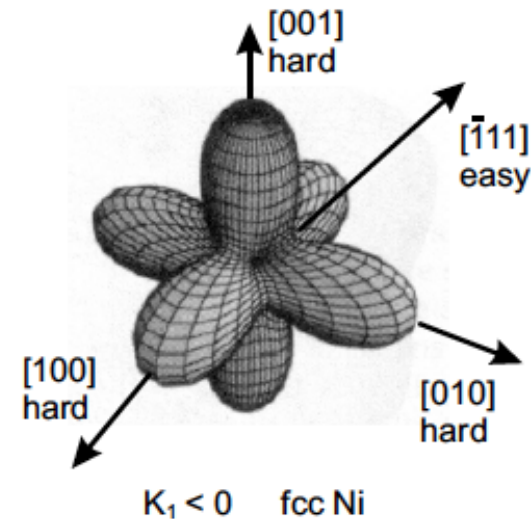
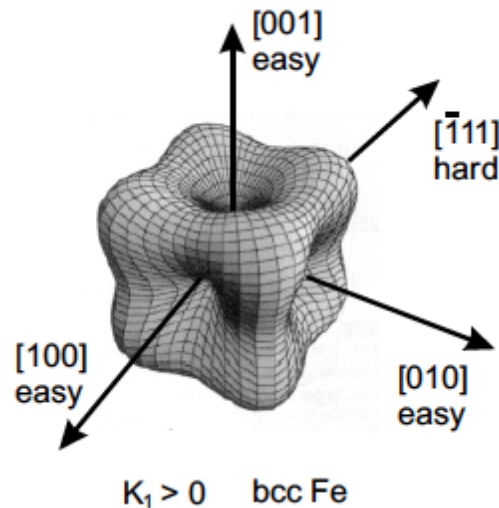
$$E_{M-C}^{\text{cúbica}} = K_0 + K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2) + K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2$$



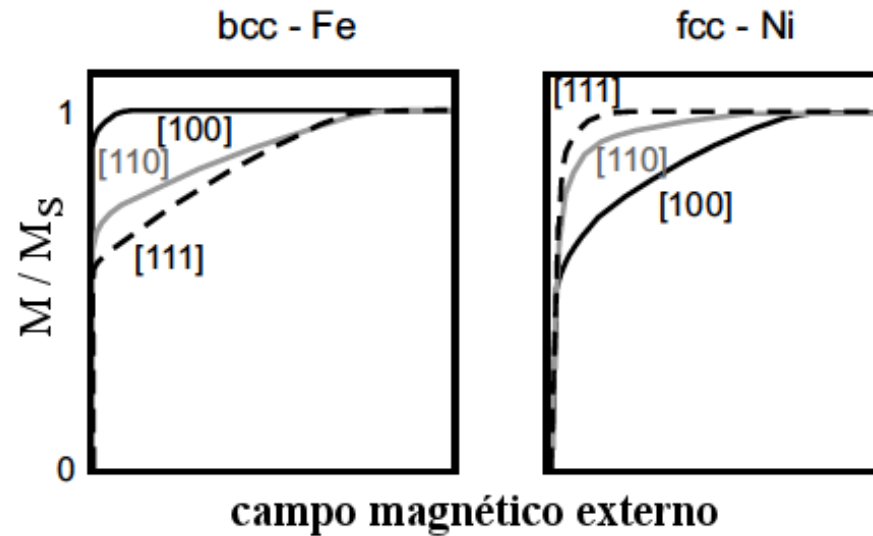
- Constantes de anisotropía magneto-cristalinas para el Fe, Ni y Co a $T = 4.2$ K

		bcc-Fe	fcc-Ni
K_1	$[\text{J/m}^3]$	$5.48 \cdot 10^4$	$-12.63 \cdot 10^4$
	$[\text{eV/atom}]$	$4.02 \cdot 10^{-6}$	$-8.63 \cdot 10^{-6}$
K_2	$[\text{J/m}^3]$	$1.96 \cdot 10^2$	$5.78 \cdot 10^4$
	$[\text{eV/atom}]$	$1.44 \cdot 10^{-8}$	$3.95 \cdot 10^{-6}$
K_3	$[\text{J/m}^3]$	$0.9 \cdot 10^2$	$3.48 \cdot 10^3$
	$[\text{eV/atom}]$	$6.6 \cdot 10^{-9}$	$2.38 \cdot 10^{-7}$

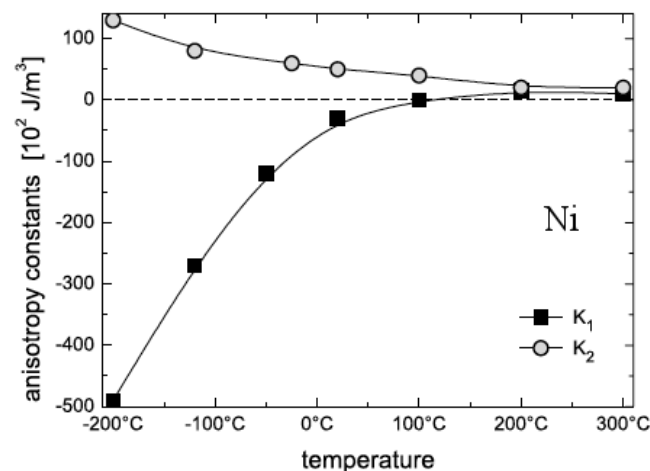
- Superficies de energía para simetrías cúbicas



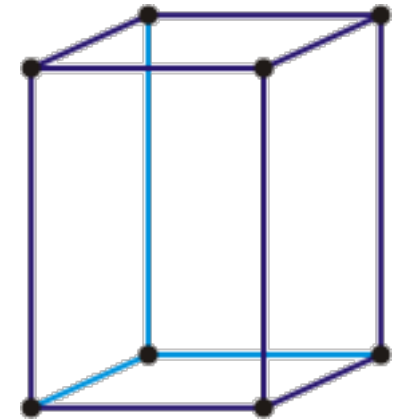
- Este comportamiento magnético se refleja directamente en las diferentes curvas de magnetización



- La constante de anisotropía K_2 puede variar significativamente las propiedades magnéticas y se debe considerar su dependencia con la temperatura



Sistema tetragonales



- Debido a la simetría reducida sólo los índices 1 y 2 son indistinguibles

$$\Rightarrow \sum_{ij} b_{ij} \alpha_i \alpha_j = b_{11} \alpha_1^2 + b_{11} \alpha_2^2 + b_{33} \alpha_3^2$$

$$= b_{11} + (b_{33} - b_{11}) \alpha_3^2$$

- El término de cuarto orden es

$$\sum_{ijkl} b_{ijkl} \alpha_i \alpha_j \alpha_k \alpha_l = b_{1111} \alpha_1^4 + b_{2222} \alpha_2^4 + b_{3333} \alpha_3^4 + 6b_{1122} \alpha_1^2 \alpha_2^2 +$$

$$+ 12b_{1133} (\alpha_1^2 \alpha_3^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2)$$

- Realizando transformaciones análogos al caso anterior:

$$E_{M-C}^{\text{tetra}} = K_0 + K_1 \alpha_3^2 + K_2 \alpha_3^4 + K_3 (\alpha_1^4 + \alpha_2^4) + \dots$$

- Reemplazando los cosenos directores por los ángulos polares:

$$E_{M-C}^{\text{tetra}} = K_0 + K_1 \cos^2 \theta + K_2 \cos^4 \theta + K_3 \sin^4 \theta (\sin^4 \phi + \cos^4 \phi)$$

- Que se puede escribir como

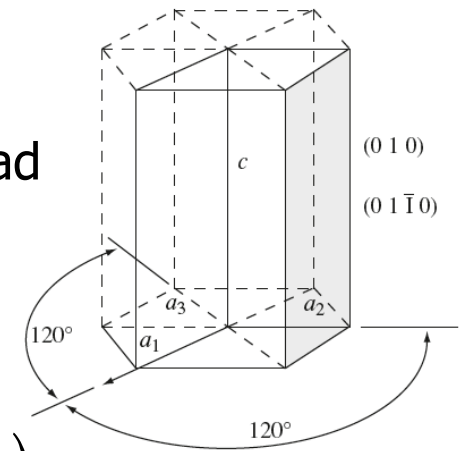
$$E_{M-C}^{\text{tetra}} = K'_0 + K'_1 \sin^2 \theta + K'_2 \sin^4 \theta + K'_3 \sin^4 \theta \cos 4\phi$$

el cual refleja la simetría cuaternaria del sistema cristalográfico

Sistema hexagonales

- Consideraciones y cálculos análogos conducen a una densidad de energía para sistemas hexagonales de:

$$E_{M-C}^{\text{tetra}} = K_0 + K_1 (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) + K_2 (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 + \\ + K_3 (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^3 + K_4 (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) (\alpha_1^4 - 14\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^4)$$



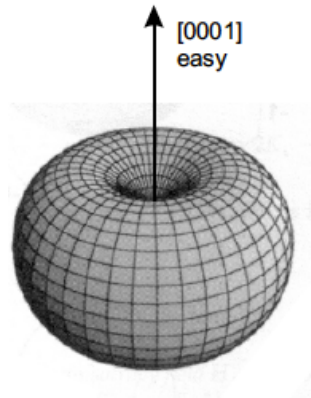
$$E_{M-C}^{\text{tetra}} = K_0 + K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta + K_3 \sin^6 \theta + K_4 \sin^6 \theta \cos 6\phi$$

- Para los sistemas tetragonal y hexagonal la E_{M-C} está relacionada con la simetría cilíndrica hasta términos del segundo o cuarto orden , respectivamente
- La energía depende sólo de $\theta \Rightarrow$ simetría uniaxial.

$T = 4.2 \text{ K}$		hcp-Co
K_1	$[\text{J/m}^3]$	$7.66 \cdot 10^5$
	$[\text{eV/atom}]$	$5.33 \cdot 10^{-5}$
K_2	$[\text{J/m}^3]$	$1.05 \cdot 10^5$
	$[\text{eV/atom}]$	$7.31 \cdot 10^{-6}$
K_3	$[\text{J/m}^3]$	—
	$[\text{eV/atom}]$	—

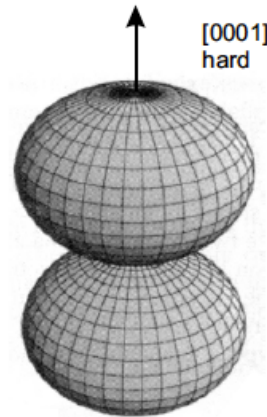
$$E_{M-C}^{\text{tetra}} = K_0 + K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta$$

- Superficies de energía para simetrías hexagonales



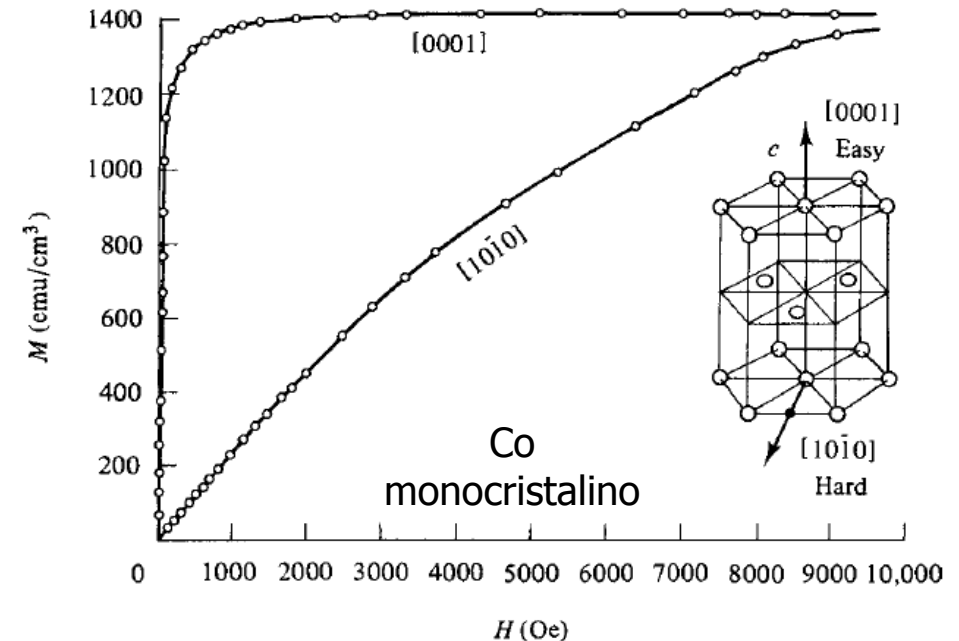
$$K_1 > 0$$

$$K_2 > 0$$

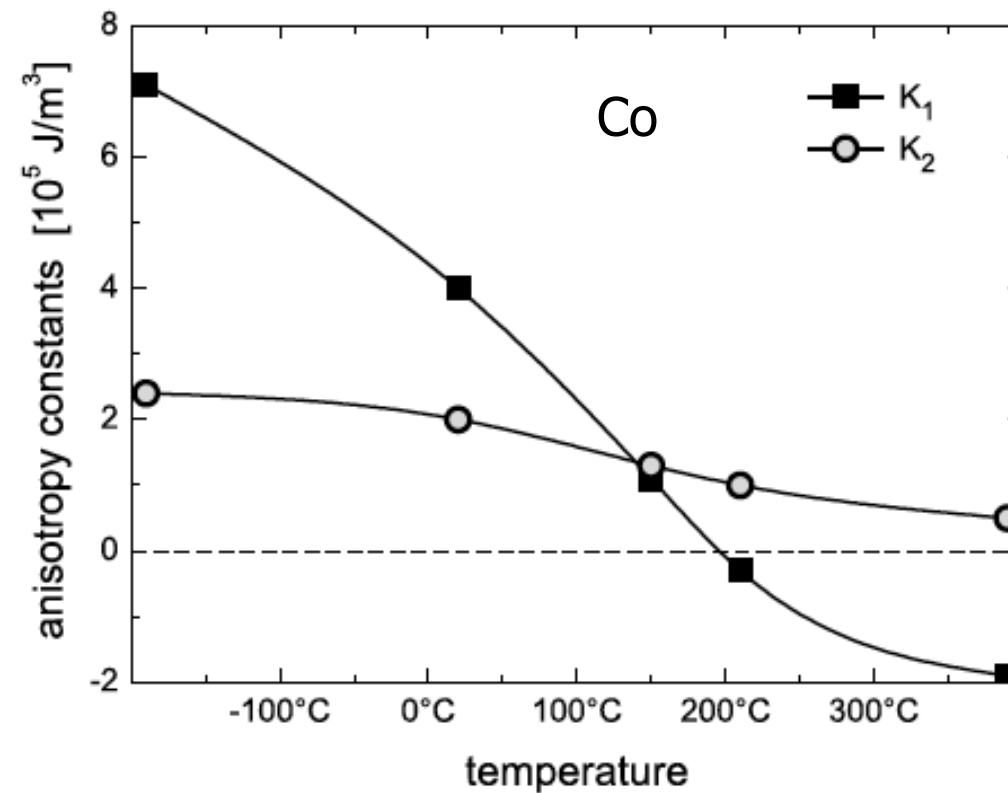


$$K_1 < 0$$

$$K_2 < 0$$

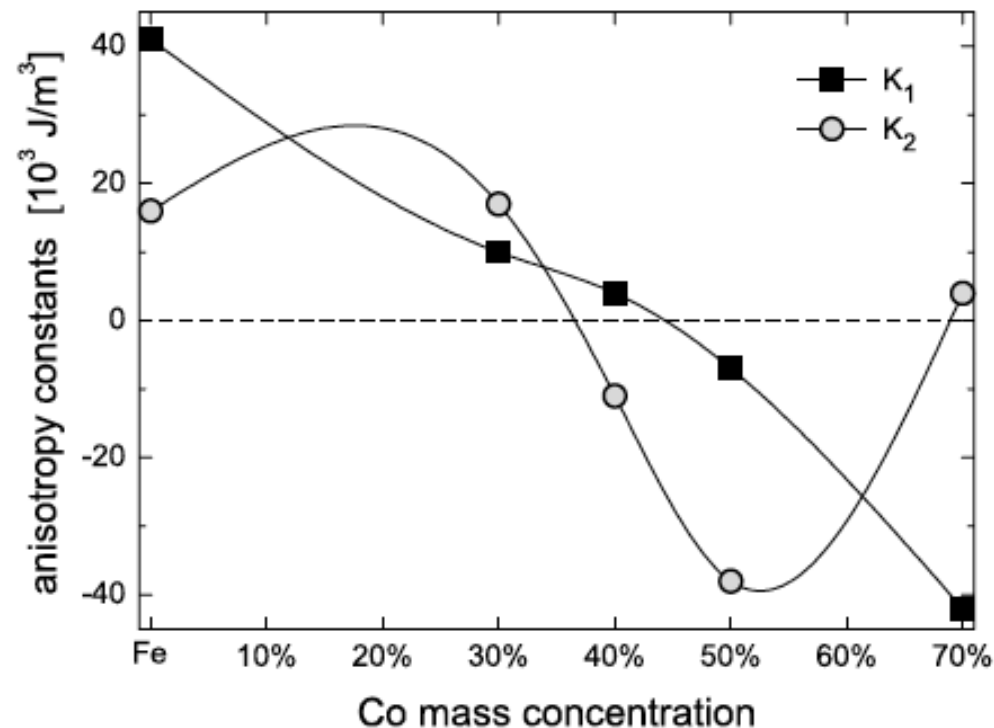


- Si una K es positivo y la otra negativa se produce una rotación continua desde el eje C hacia el plano $[0001]$ con $\sin 2\theta = -K_1/2K_2$.
- Este cambio se produce entre 500 K y 600 K debido a la dependencia de la temperatura de K_1 y K_2



Influencia de la estequiometría de Aleaciones

- Las constantes de anisotropía K_i dependen de la cantidad relativa de las componentes en las aleaciones magnéticas.
- Ejemplo $\text{Fe}_x\text{Co}_{1-x}$:



Sistemas cristalinos cúbicos

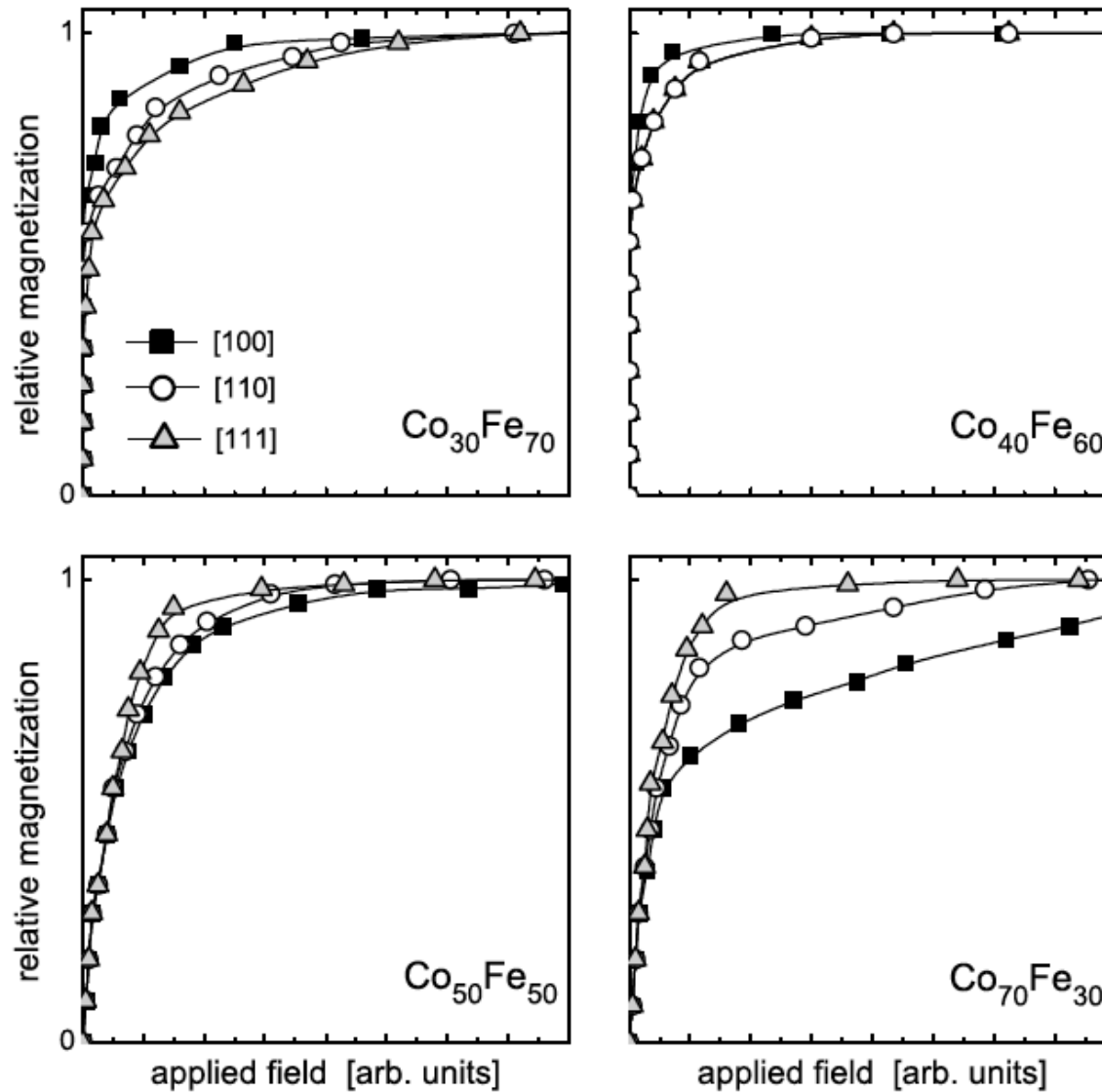
$$E_{M-C}^{\text{cúbica}} = K_0 + K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2) + K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2$$

K_1	K_2	eje fácil	eje medio	eje duro
+	$+\infty$ to $-9/4K_1$	100	110	111
+	$-9/4K_1$ to $-9K_1$	100	111	110
+	$-9K_1$ to $-\infty$	111	100	110
-	$-\infty$ to $9/4 K_1 $	111	110	100
-	$9/4 K_1 $ to $9 K_1 $	110	111	100
-	$9 K_1 $ to $+\infty$	110	100	111

Aleaciones Fe-Co a T = 20 K

Co	Fe	K_1	K_2	$-\frac{9}{4}K_1$	$-9K_1$
0	100	42.1	15.0	-95	-379
30	70	10.2	16.2	-23	-92
40	60	4.5	-11.1	-10	-41
50	50	-6.8	-38.7	15	61
70	30	-43.3	5.3	97	390

Co	Fe	K_1	K_2	Easy	Medium	Hard
0	100	+	+	100	110	111
30	70	+	+	100	110	111
40	60	+	$\approx -\frac{9}{4}K_1$	100	110/111	111/110
50	50	-	-	111	110	100
70	30	-	$+, < \frac{9}{4} K_1 $	111	110	100

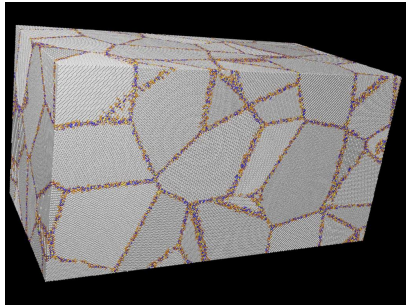


T	K_1	K_2	Easy	Medium	Hard
22°C	0.91	-11.2	111	100	110
201°C	-0.08	-1.8	111	110	100
398°C	-0.32	0.2	111	110	100

$\text{Fe}_{20}\text{Co}_{15}\text{Ni}_{65}$

Anisotropía de Forma

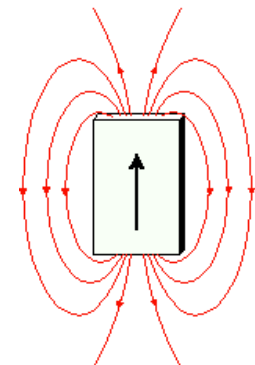
- Muestras poli-cristalinas, sin una orientación preferida de los granos, no tienen ninguna anisotropía magneto-cristalina.



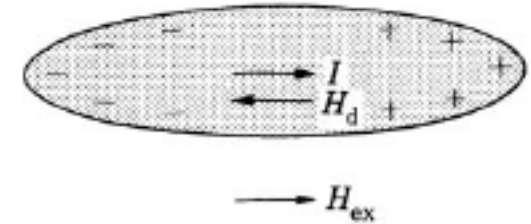
- Pero, su comportamiento es magnéticamente isotrópico solamente para una forma esférica.
- En muestras no esféricas, una o más direcciones específicas puede aparecer como ejes de fácil magnetización debido únicamente a la forma.
- Para entender esto, tenemos que estudiar los campos de dispersión (stray) y el de desmagnetización de una muestra:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad \text{es válido solo para un sistema infinito}$$

- Una muestra finita presenta polos en sus superficies que conduce a un campo de dispersión fuera de la muestra.



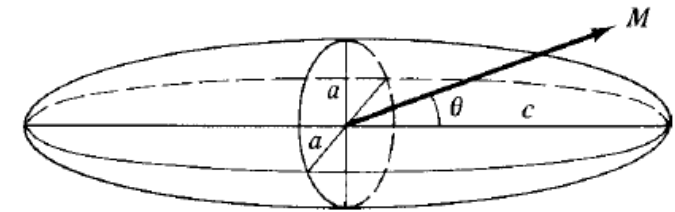
- Este campo de dispersión da como resultado un campo de desmagnetización dentro de la muestra.



- La energía de una muestra en su campo de dispersión está dada por

$$E_{str} = -\frac{1}{2} \int \mu_0 \vec{M} \cdot \vec{H}_{demag} dV$$

- El cálculo es bastante complicado en forma general. Lo hacemos para muestras simétricas.



- Un elipsoide posee un H_{demag} constante que está dada por:

$$\vec{H}_{demag} = -N\vec{M} \quad N = \text{tensor demagnetizante}$$

$$\Rightarrow E_{str} = \frac{1}{2} \mu_0 \int \vec{M} \cdot N \cdot \vec{M} dV = \frac{1}{2} V \mu_0 \vec{M} \cdot N \cdot \vec{M}$$

- N es un tensor diagonal si los semiejes a , b , y c de la elipsoide representan los ejes del sistema coordenado $\Rightarrow$ traza es $\text{Tr } N = 1$

- El tensor está dada por:

$$N = \begin{pmatrix} N_a & 0 & 0 \\ 0 & N_b & 0 \\ 0 & 0 & N_c \end{pmatrix}$$

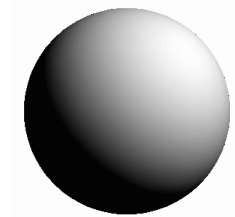
- Y caracterizando la dirección de M con respecto a los semiejes con α_a , α_b , y α_c :

$$E_{str} = \frac{1}{2} V \mu_0 \vec{M} \cdot N \cdot \vec{M}$$

$$\epsilon_{str} = \frac{1}{2} \mu_0 M^2 (N_a \alpha_a^2 + N_b \alpha_b^2 + N_c \alpha_c^2)$$

- En el caso de una esfera el tensor N sería:

$$N_{esfera} = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$$

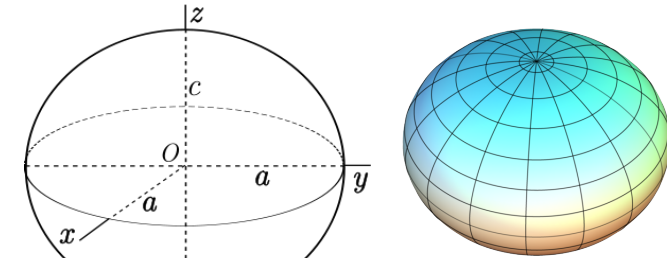


$$\Rightarrow \epsilon_{str} = \frac{1}{2} \mu_0 M^2 \frac{1}{3} (\alpha_a^2 + \alpha_b^2 + \alpha_c^2) = \frac{1}{6} \mu_0 M^2$$

Comportamiento
magnéticamente
isotrópica

- Para un esferoide con $a = b \neq c$:

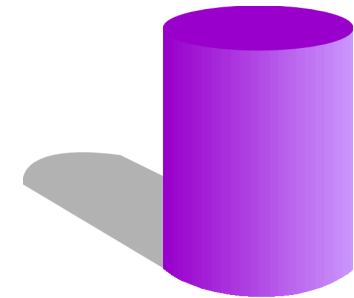
$$N_{\text{esferoide}} = \begin{pmatrix} N_a & 0 & 0 \\ 0 & N_a & 0 \\ 0 & 0 & 1 - 2N_a \end{pmatrix}$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow \epsilon_{str} &= \frac{1}{2} \mu_0 M^2 \left[N_a \sin^2 \theta \cos^2 \phi + N_a \sin^2 \theta \sin^2 \phi + (1 - 2N_a) \cos^2 \theta \right] \\ &= \frac{1}{2} \mu_0 M^2 \left[N_a + (1 - 3N_a) \cos^2 \theta \right] \end{aligned}$$

- Para un cilindro largo $a = b$ y $c = \infty$:

$$N_{\text{cilindro}} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

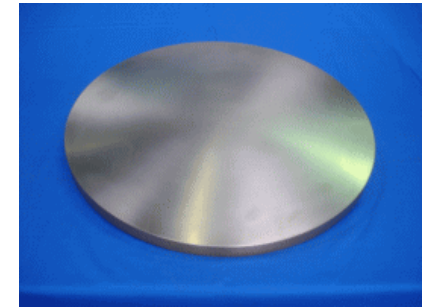


$$\Rightarrow \epsilon_{str} = \frac{1}{4} \mu_0 M^2 (\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \theta \sin^2 \phi) = \frac{1}{4} \mu_0 M^2 \sin^2 \theta$$

- Para un placa delgada, $a = b = \infty$:

$$N_{placa} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{str} = \frac{1}{2} \mu_0 M^2 \cos^2 \theta$$



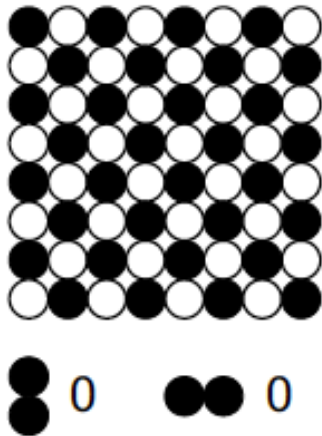
- Las energías se pueden escribir como

$$\varepsilon_{str} = K_0 + K_s \sin^2 \theta$$

	bcc-Fe	fcc-Ni	hcp-Co
in [J/m ³]	$1.92 \cdot 10^6$	$1.73 \cdot 10^5$	$1.34 \cdot 10^6$
in [eV/atom]	$1.41 \cdot 10^{-4}$	$1.28 \cdot 10^{-5}$	$9.31 \cdot 10^{-5}$

Anisotropía Magnética Inducida

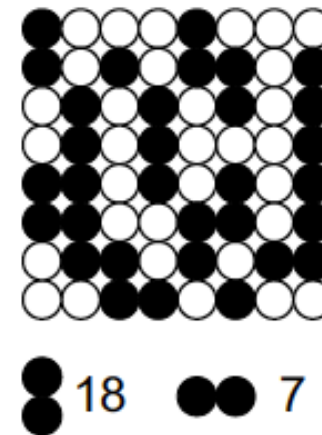
- En aleaciones magnéticas cúbicas se puede obtener una anisotropía magnética **unidireccional** por temple en un campo magnético externo.
- Requisitos previos: Una distribución desordenada de átomos en la red cristalina y una T_C alta que permita rápidos procesos de intercambio de sitio en el estado magnético



orden isotrópico perfecto de largo alcance



Distribución aleatoria

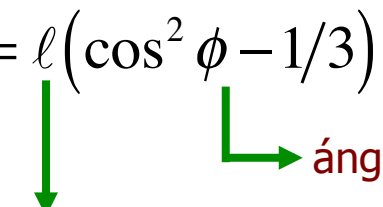


orden direccional anisotrópico de corto alcance

- El H externo orienta la magnetización a altas $T < T_C$.
- Durante el rápido enfriamiento, un estado de alta T se congela $\Rightarrow$ se crea un orden direccional anisotrópico de corto alcance inducido magnéticamente.

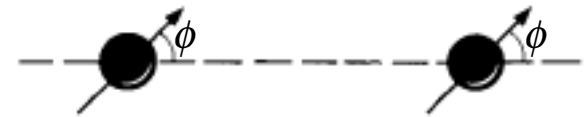
- La energía de enlace de 2 átomos vecinos en un cristal magnetizado espontánea está dada por (interacción dipolar):

$$E = \ell (\cos^2 \phi - 1/3)$$

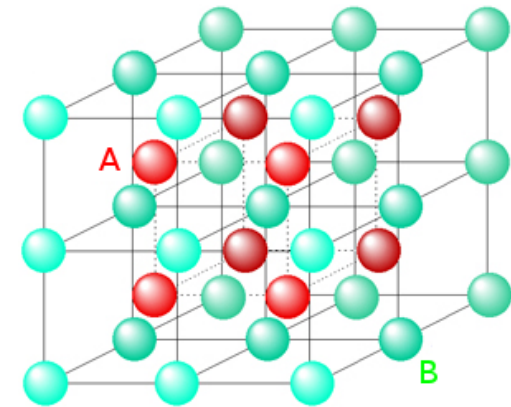


Vector interatómico
 $\ell = \ell(T; \text{tipo de átomos})$

$$E_D = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2}{r_{12}^3} - 3 \frac{(\vec{\mu}_1 \cdot \vec{r}_{12})(\vec{\mu}_2 \cdot \vec{r}_{12})}{r_{12}^5} \right]$$



- Ejem: aleación binaria con 2 tipos de átomos, A y B.
- Tres tipos diferentes de enlaces se producen, entre A y A, entre B y B, y entre A y B.

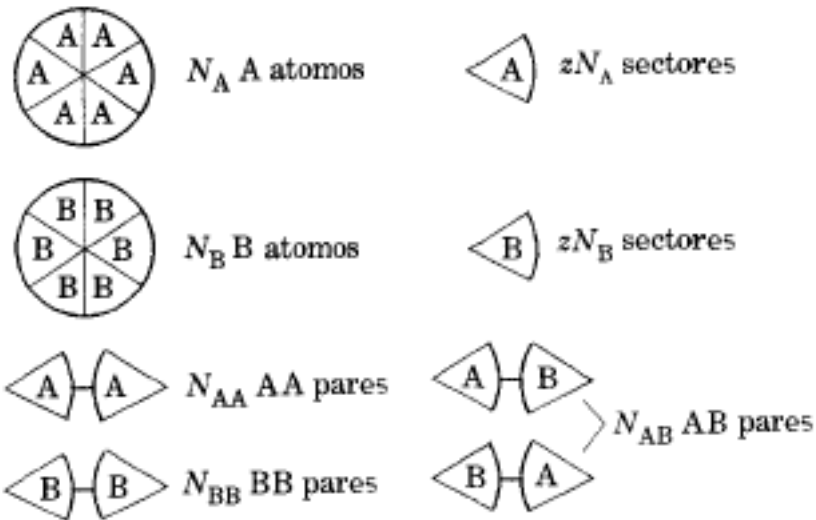


$$\Rightarrow E = \sum_i (N_{AAi} \ell_{AA} + N_{BBi} \ell_{BB} + N_{ABi} \ell_{AB}) (\cos^2 \phi_i - 1/3)$$

Dirección del enlace 

ángulo entre $\vec{M}$ y la dirección del enlace 

- Estos números no son independientes, en efecto si dividimos un átomo en z (N° de 1° s vecinos) sectores, se tiene



Número de sectores A en una dirección dada:

$$2N_{AAi} + N_{ABi} = 2N_A$$

en una dirección solo hay $z = 2$ sectores.

De la misma manera

$$2N_{BBi} + N_{ABi} = 2N_B$$

- Esto lleva a:

$$2N_{AAi} = 2N_{BBi} + 2N_A - 2N_B \Rightarrow N_{AAi} = N_{BBi} + \text{constante}$$

y

$$N_{ABi} = 2N_A - 2N_{AAi} \Rightarrow N_{ABi} = \text{constante} - 2N_{BBi}$$

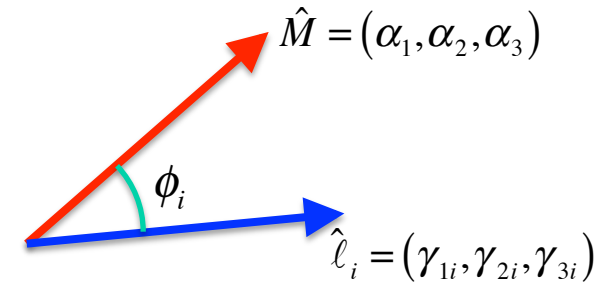
$$\Rightarrow E_{indu} = \sum_i N_{BBi} \ell_0 (\cos^2 \phi_i - 1/3) + \text{constante}$$

con

$$\ell_0 = \ell_{AA} + \ell_{BB} - 2\ell_{AB}$$

- Se puede expresar en términos de los cosenos directores de la dirección de M y de la dirección del i -ésimo enlace:

$$E_{indu} = \sum_i N_{BBi} \ell_0 (\alpha_1 \gamma_{1i} + \alpha_2 \gamma_{2i} + \alpha_3 \gamma_{3i})^2$$



- A la T en donde la migración de átomos se lleva a cabo fácilmente, aplicamos un H de saturación paralelo a la dirección $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) \Rightarrow$ los pares BB tienden a alinearse paralela a la dirección de magnetización, siempre que $\ell_0 < 0$.
- El cambio de energía para un par BB está dada por

$$\Delta E = \ell'_0 \cos^2 \phi'_i \quad \ell'_0 \text{ el valor de } \ell_0 \text{ a } T$$

- El número de pares BB que se encuentran en la dirección del i -ésimo enlace en equilibrio térmico es

$$N_{BBi} = N_{BB} \frac{e^{-\ell'_0 \cos^2 \phi'_i / k_B T}}{\sum_i e^{-\ell'_0 \cos^2 \phi'_i / k_B T}}$$

- Si $\ell'_0 \ll k_B T$, podemos expandir la función exponencial:

$$N_{BBi} = \frac{2N_{BB}}{Z} e^{-\ell'_0 \cos^2 \phi'_i / k_B T} = \frac{2N_{BB}}{Z} \left[1 - \frac{\ell'_0}{k_B T} (\beta_1 \gamma_{1i} + \beta_2 \gamma_{2i} + \beta_3 \gamma_{3i})^2 \right]$$

$$\Rightarrow E_{indu} = \frac{2N_{BB} \ell_0}{Z} \sum_i \left[1 - \frac{\ell'_0}{k_B T} (\beta_1 \gamma_{1i} + \beta_2 \gamma_{2i} + \beta_3 \gamma_{3i})^2 \right] (\alpha_1 \gamma_{1i} + \alpha_2 \gamma_{2i} + \alpha_3 \gamma_{3i})^2$$

$$= -\frac{2N_{BB} \ell_0 \ell'_0}{Z k_B T} \sum_i (\beta_1 \gamma_{1i} + \beta_2 \gamma_{2i} + \beta_3 \gamma_{3i})^2 (\alpha_1 \gamma_{1i} + \alpha_2 \gamma_{2i} + \alpha_3 \gamma_{3i})^2 + const$$


Que se puede escribir como

$$E_{indu} = -\frac{N_{BB} \ell_0 \ell'_0}{k_B T} \left(k_1 \sum_{j=1}^3 \alpha_j^2 \beta_j^2 + k_2 \sum_{j' > j} \alpha_j \alpha_{j'} \beta_j \beta_{j'} \right)$$

con

$$k_1 = \frac{2}{Z} \left(\sum_i \gamma_i^2 - \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \right) \qquad k_2 = \frac{8}{Z} \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2$$

Crystal type	k_1	k_2
Isotropic	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$
Simple cubic	$\frac{1}{3}$	0
Body-centered cubic	0	$\frac{4}{9}$
Face-centered cubic	$\frac{1}{12}$	$\frac{4}{12}$

$$E_{indu} = -\frac{N_{BB} \ell_0 \ell'_0}{k_B T} \left(k_1 \sum_i \alpha_i^2 \beta_i^2 + k_2 \sum_{i>j} \alpha_i \alpha_j \beta_i \beta_j \right)$$

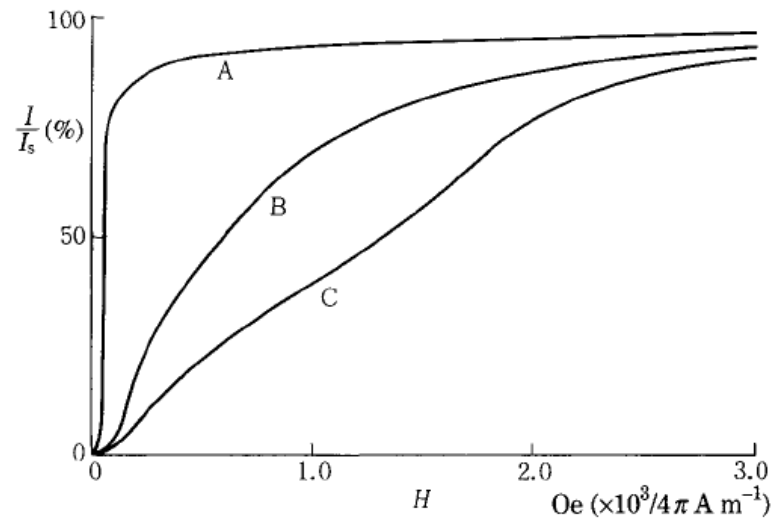
- Ejem. en un material isotrópico:

$$E_{indu} = -\frac{2N_{BB} \ell_0 \ell'_0}{15k_B T} \left(\sum_i \alpha_i^2 \beta_i^2 + 2 \sum_{i>j} \alpha_i \alpha_j \beta_i \beta_j \right)$$

$$= -\frac{2N_{BB} \ell_0 \ell'_0}{15k_B T} \left(\sum_i \alpha_i^2 \beta_i^2 \right)^2 = -\frac{2N_{BB} \ell_0 \ell'_0}{15k_B T} \cos^2 \phi$$

ángulo entre $\vec{M}$ y la dirección del campo de annealing

- Si ℓ_0 tiene el mismo signo que ℓ'_0 , la constante de anisotropía se hace negativo, y el eje fácil se desarrolla paralelo al campo de recocido.



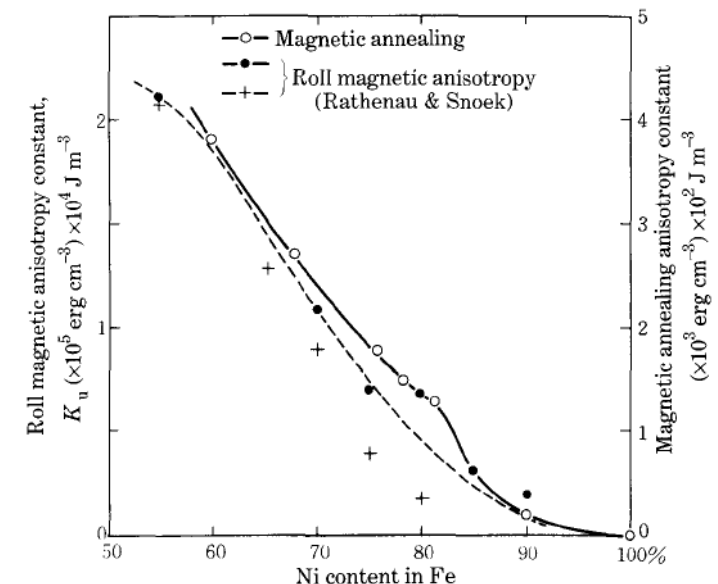
Curvas de magnetización de Permalloy (Fe-Ni 21.5%) que se enfrió desde 600 C (A) en un campo magnético longitudinal, (B) en ausencia de campo magnético, y (C) con campo magnético perpendicular a la magnetización de la medida.

- En una solución diluida y desordenada de átomos B en una matriz A, la probabilidad de encontrar pares BB es proporcional C_B^2 (C_B = concentración):

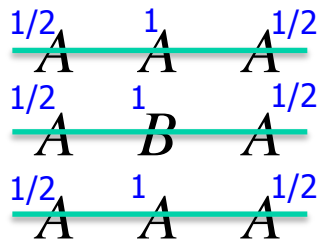
$$N_{BB} = -\frac{zn}{2} C_B^2 \quad n = \text{número total de átomos por volumen}$$

$$E_{indu} = -\frac{2N_{BB} \ell_0 \ell'_0}{15k_B T} \cos^2 \phi$$

$$\Rightarrow K_{indu} = -\frac{zn \ell_0 \ell'_0}{15k_B T} C_B^2$$



APENDICES

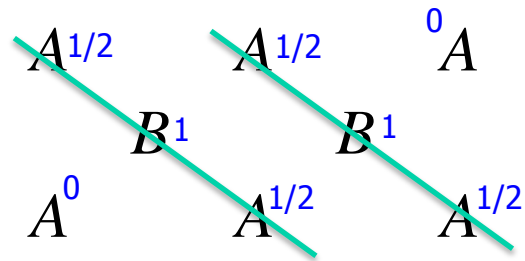
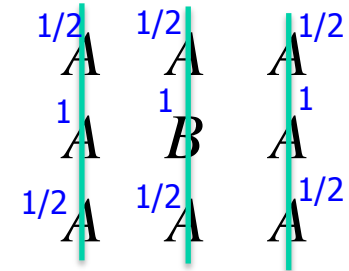


$$N_A = 5 \Rightarrow 2N_A = 10$$

$$N_{AA} = 4, N_{AB} = 2 \Rightarrow 2N_{AA} + N_{AB} = 10$$

$$N_B = 1 \Rightarrow 2N_B = 2$$

$$N_{BB} = 0, N_{AB} = 2 \Rightarrow 2N_{BB} + N_{AB} = 2$$

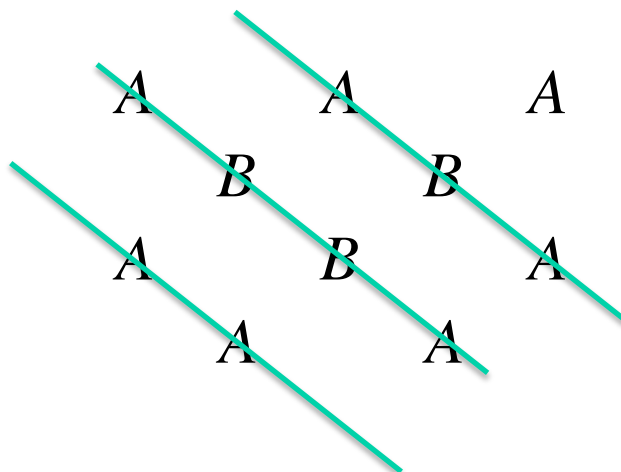


$$N_A = 2 \Rightarrow 2N_A = 4$$

$$N_{AA} = 0, N_{AB} = 4 \Rightarrow 2N_{AA} + N_{AB} = 4$$

$$N_B = 2 \Rightarrow 2N_B = 4$$

$$N_{BB} = 0, N_{AB} = 4 \Rightarrow 2N_{BB} + N_{AB} = 4$$



$$N_A = 3 \Rightarrow 2N_A = 6$$

$$N_{AA} = 1, N_{AB} = 4 \Rightarrow 2N_{AA} + N_{AB} = 6$$

$$N_B = 3 \Rightarrow 2N_B = 6$$

$$N_{BB} = 1, N_{AB} = 4 \Rightarrow 2N_{BB} + N_{AB} = 6$$



$$\begin{aligned}
-E_{ind} &= \frac{2N_{BB}\ell_0\ell'_0}{Zk_BT} \sum_i (\beta_1\gamma_{1i} + \beta_2\gamma_{2i} + \beta_3\gamma_{3i})^2 (\alpha_1\gamma_{1i} + \alpha_2\gamma_{2i} + \alpha_3\gamma_{3i})^2 = \\
&= \frac{2N_{BB}\ell_0\ell'_0}{Zk_BT} \sum_i \left(\sum_j \beta_j \gamma_{ji} \right)^2 \left(\sum_k \alpha_k \gamma_{ki} \right)^2 = \frac{2N_{BB}\ell_0\ell'_0}{Zk_BT} \sum_i \sum_{j,j'} \beta_j \gamma_{ji} \beta_{j'} \gamma_{j'i} \sum_{k,k'} \alpha_k \gamma_{ki} \alpha_{k'} \gamma_{k'i} = \\
&= \frac{2N_{BB}\ell_0\ell'_0}{Zk_BT} \sum_i \sum_{j,j'} \sum_{k,k'} \beta_j \beta_{j'} \alpha_k \alpha_{k'} \gamma_{ji} \gamma_{j'i} \gamma_{ki} \gamma_{k'i} = \frac{2N_{BB}\ell_0\ell'_0}{Zk_BT} \sum_{j,j'} \sum_{k,k'} \beta_j \beta_{j'} \alpha_k \alpha_{k'} \sum_i \gamma_{ji} \gamma_{j'i} \gamma_{ki} \gamma_{k'i} = \\
&= \frac{2N_{BB}\ell_0\ell'_0}{Zk_BT} \sum_{j,j'} \beta_j \beta_{j'} \left[\sum_{k=k'} \alpha_k^2 \sum_i \gamma_{ji} \gamma_{j'i} \gamma_{ki}^2 + \sum_{k \neq k'} \alpha_k \alpha_{k'} \sum_i \gamma_{ji} \gamma_{j'i} \gamma_{ki} \gamma_{k'i} \right] = \\
&= \frac{2N_{BB}\ell_0\ell'_0}{Zk_BT} \left(\sum_{j=j'} \beta_j^2 \left[\sum_{k=k'} \alpha_k^2 \sum_i \gamma_{ji}^2 \gamma_{ki}^2 + \sum_{k \neq k'} \alpha_k \alpha_{k'} \sum_i \gamma_{ji}^2 \gamma_{ki} \gamma_{k'i} \right] + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{j \neq j'} \beta_j \beta_{j'} \left[\sum_{k=k'} \alpha_k^2 \sum_i \gamma_{ji} \gamma_{j'i} \gamma_{ki}^2 + \sum_{k \neq k'} \alpha_k \alpha_{k'} \sum_i \gamma_{ji} \gamma_{j'i} \gamma_{ki} \gamma_{k'i} \right] \right) = \\
&= \frac{2N_{BB}\ell_0\ell'_0}{Zk_BT} \left(\sum_{j,k} \beta_j^2 \alpha_k^2 \sum_i \gamma_{ji}^2 \gamma_{ki}^2 + \sum_j \beta_j^2 \sum_{k \neq k'} \alpha_k \alpha_{k'} \sum_i \gamma_{ji}^2 \gamma_{ki} \gamma_{k'i} + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{j \neq j'} \beta_j \beta_{j'} \sum_k \alpha_k^2 \sum_i \gamma_{ji} \gamma_{j'i} \gamma_{ki}^2 + \sum_{j \neq j'} \beta_j \beta_{j'} \sum_{k \neq k'} \alpha_k \alpha_{k'} \sum_i \gamma_{ji} \gamma_{j'i} \gamma_{ki} \gamma_{k'i} \right) =
\end{aligned}$$

$$= \frac{2N_{BB} \ell_0 \ell'_0}{Zk_B T} \left(\sum_j \beta_j^2 \alpha_j^2 \sum_i \gamma_{ji}^4 + \sum_{j \neq k} \beta_j^2 \alpha_k^2 \sum_i \gamma_{ji}^2 \gamma_{ki}^2 + \sum_j \beta_j^2 \sum_{k \neq k'} \alpha_k \alpha_{k'} \sum_i \gamma_{ji}^2 \gamma_{ki} \gamma_{k'i} + \right. \\ \left. + \sum_{j \neq j'} \beta_j \beta_{j'} \sum_k \alpha_k^2 \sum_i \gamma_{ji} \gamma_{j'i} \gamma_{ki}^2 + 4 \sum_{j < j'} \beta_j \beta_{j'} \sum_{k < k'} \alpha_k \alpha_{k'} \sum_i \gamma_{ji} \gamma_{j'i} \gamma_{ki} \gamma_{k'i} \right) =$$

En un sistema cúbico o en uno isotrópico

$$\gamma_{ji}^4 = \gamma_{1i}^4 \quad \forall j = 1, 2, 3 \quad \gamma_{ji}^2 \gamma_{ki}^2 = \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \quad \forall j \neq k = 1, 2, 3$$

$$\gamma_{ji}^2 \gamma_{ki} \gamma_{k'i} = \gamma_{1i}^2 \gamma_{1i} \gamma_{2i} = \gamma_{1i}^3 \gamma_{2i} = 0 \quad \forall j \quad \forall k \neq k' \quad \text{por ser impar}$$

$$\gamma_{ji} \gamma_{j'i} \gamma_{ki}^2 = \gamma_{1i} \gamma_{2i} \gamma_{1i}^2 = \gamma_{1i}^3 \gamma_{2i} = 0 \quad \forall j \neq j' \quad \forall k \quad \text{por ser impar}$$

$$\gamma_{ji} \gamma_{j'i} \gamma_{ki} \gamma_{k'i} = \gamma_{1i} \gamma_{2i} \gamma_{1i} \gamma_{2i} = \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \quad \forall j \neq j', k \neq k' \quad \wedge \quad \forall j = k, j' = k' \quad ; \quad 0 \quad \text{else}$$

$$-E_{ind} = \frac{2N_{BB} \ell_0 \ell'_0}{Zk_B T} \left(\sum_i \gamma_{1i}^4 \sum_j \beta_j^2 \alpha_j^2 + \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \sum_{j \neq k} \beta_j^2 \alpha_k^2 + 4 \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \sum_{j < j'} \beta_j \beta_{j'} \alpha_j \alpha_{j'} \right) = \\ = \frac{2N_{BB} \ell_0 \ell'_0}{Zk_B T} \left(\sum_i \gamma_{1i}^4 \sum_j \beta_j^2 \alpha_j^2 + \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \sum_{j,k} \beta_j^2 \alpha_k^2 - \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \sum_{j=k} \beta_j^2 \alpha_k^2 + 4 \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \sum_{j < j'} \beta_j \beta_{j'} \alpha_j \alpha_{j'} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2N_{BB}\ell_0\ell'_0}{Zk_BT} \left(\left[\sum_i \gamma_{1i}^4 - \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \right] \sum_j \beta_j^2 \alpha_j^2 + \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \sum_j \beta_j^2 \sum_k \alpha_k^2 + 4 \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \sum_{j<j'} \beta_j \beta_{j'} \alpha_j \alpha_{j'} \right) = \\
&= \frac{N_{BB}\ell_0\ell'_0}{k_BT} \left(\frac{2}{Z} \left[\sum_i \gamma_{1i}^4 - \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \right] \sum_j \beta_j^2 \alpha_j^2 + \frac{2}{Z} \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 + \frac{8}{Z} \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 \sum_{j<j'} \beta_j \beta_{j'} \alpha_j \alpha_{j'} \right) = \\
&= \frac{N_{BB}\ell_0\ell'_0}{k_BT} \left(k_1 \sum_j \beta_j^2 \alpha_j^2 + k_2 \sum_{j \neq j'} \beta_j \beta_{j'} \alpha_j \alpha_{j'} \right) + \frac{2}{Z} \sum_i \gamma_{1i}^2 \gamma_{2i}^2 = \\
&\Rightarrow E_{ind} = - \frac{N_{BB}\ell_0\ell'_0}{k_BT} \left(k_1 \sum_j \beta_j^2 \alpha_j^2 + k_2 \sum_{j \neq j'} \beta_j \beta_{j'} \alpha_j \alpha_{j'} \right) + \text{const}
\end{aligned}$$

- De la misma manera el otro término de la energía es constante:

$$\begin{aligned}
\sum_i (\alpha_1 \gamma_{1i} + \alpha_2 \gamma_{2i} + \alpha_3 \gamma_{3i})^2 &= \sum_i \left(\sum_j \alpha_j \gamma_{ji} \right)^2 = \sum_i \sum_{j,j'} \alpha_j \alpha_{j'} \gamma_{ji} \gamma_{j'i} = \\
&= \sum_j \alpha_j^2 \sum_i \gamma_{ji}^2 + 2 \sum_{j<j'} \alpha_j \alpha_{j'} \sum_i \gamma_{ji} \gamma_{j'i} = \sum_i \gamma_{1i}^2 \sum_j \alpha_j^2 + 2 \sum_i \gamma_{1i} \gamma_{2i} \sum_{j<j'} \alpha_j \alpha_{j'} \\
&= \sum_i \gamma_{1i}^2 = \text{constante}
\end{aligned}$$

