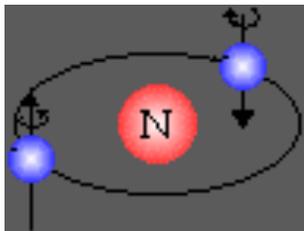


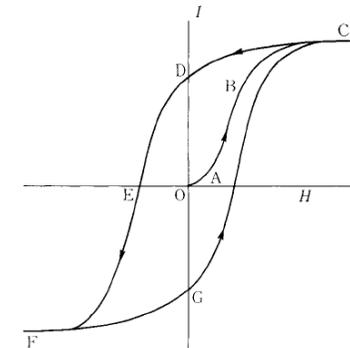


Magnetismo en Materia Condensada



Dr. José Mejía López

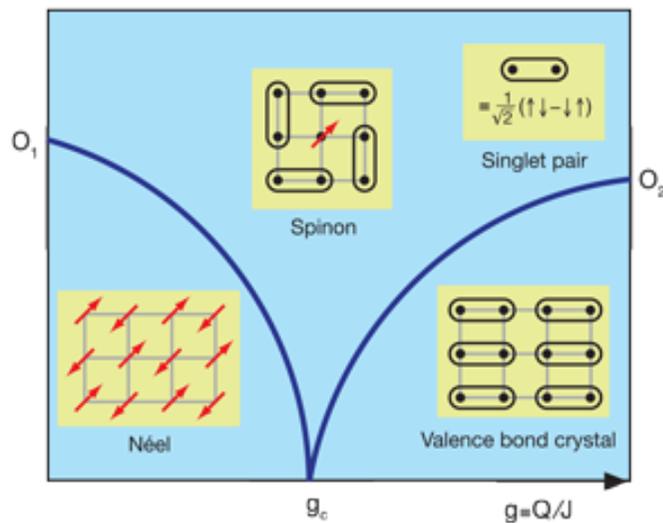
Oficina 6-418
e-mail: jmejia@puc.cl



Sitio Web:

<http://neel2.fis.puc.cl/cncm/Magnetismo/index.html>

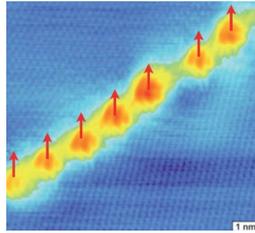
Orden Magnético y rompimiento de simetrías



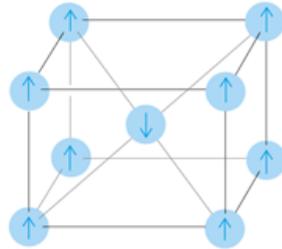
Escultura “Broken Symmetry”
en Fermilab

Rompimiento de simetrías

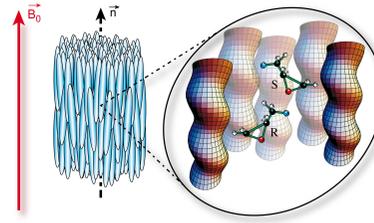
- La aparición de un orden espontáneo a baja temperatura es un fenómeno fundamental en física de la materia condensada.



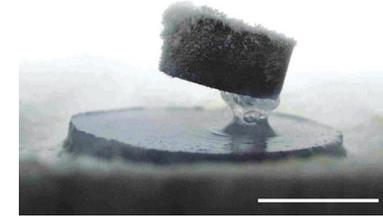
ferromagnetos



AF



Cristales líquidos

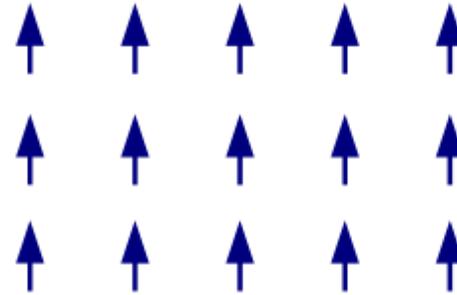
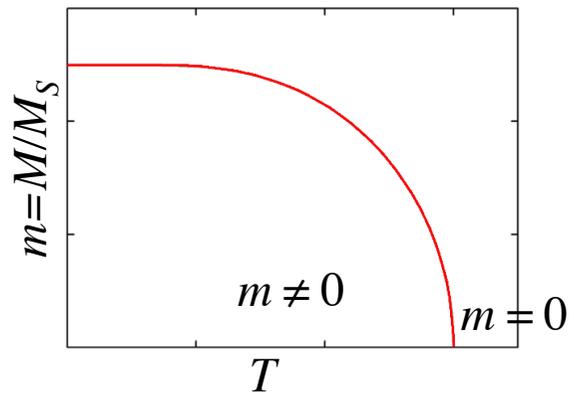


superconductores

Son todos fases ordenadas

- Todos estos fenómenos comparten algunas propiedades y características fundamentales:
 - Se caracterizan por una dependencia de T en la que alguna propiedad física muestra una marcada diferencia por encima y por debajo de una temperatura crítica T_c .
 - Para cada fase se puede definir un **parámetro de orden** 0 si $T > T_c$ y $\neq 0$ si $T < T_c$.
 - El parámetro de orden actúa como un indicador de si el sistema se ordena o no.
 - Cada fase ordenada corresponde a la ruptura de una simetría

- En el caso del FM, el parámetro de orden es la magnetización.



- En FM una única dirección se ha elegido a lo largo de la cual todos los momentos magnéticos atómicos se han alineado

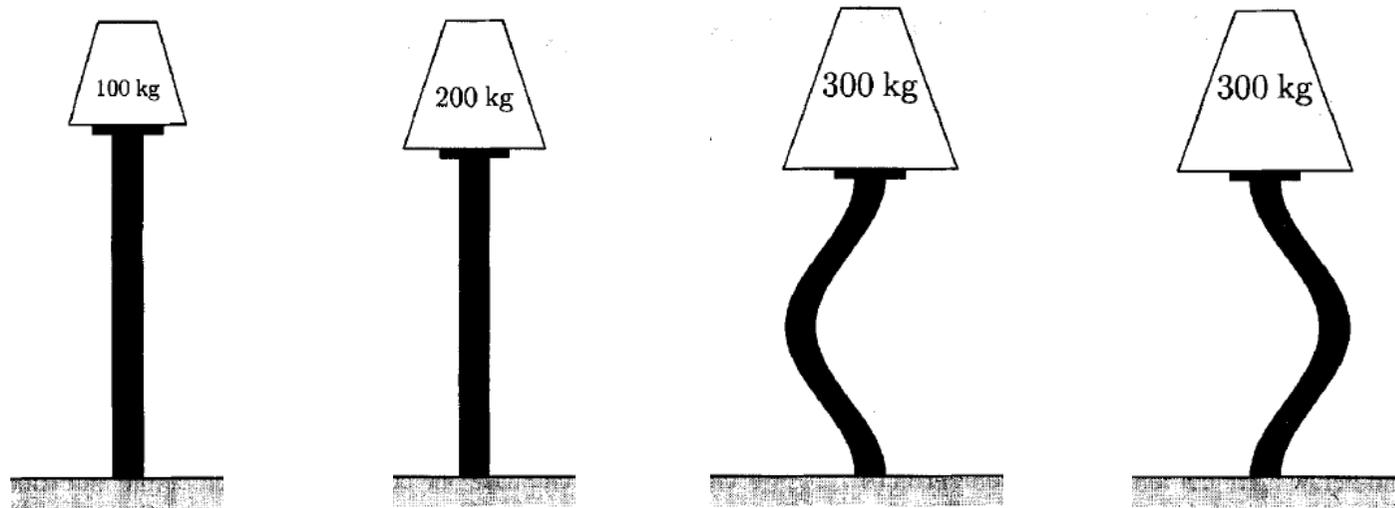
Este es un efecto bastante sorprendente, ya que las ecuaciones fundamentales de la Física no hacen distinción entre "up" y "down".

=> La física microscópica tiene una simetría que no posee el estado fundamental observado experimentalmente.

- Para profundizar en este misterio, debemos considerar las simetrías en mayor detalle.

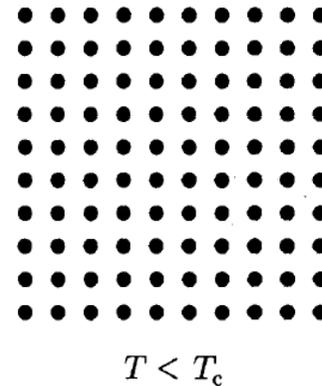
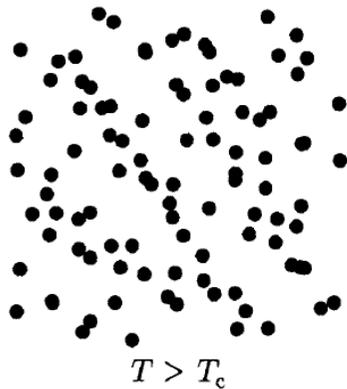
SIMETRÍAS

- El puntal de Euler consiste en una barra vertical que se sujeta en el suelo en la parte inferior y se carga de manera uniforme desde la parte superior



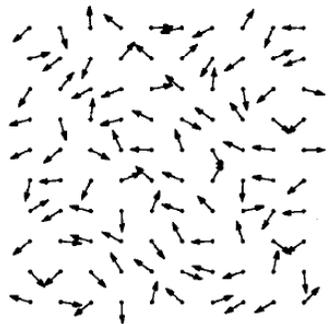
- A medida que el peso de la carga aumenta, comprime la varilla, y por encima de un peso crítico se dobla.
- Si se se dobla a la izquierda o la derecha depende de los detalles precisos de cómo exactamente se coloca simétricamente la carga en la parte superior.
- Aunque se coloque perfectamente en el centro de la parte superior, la barra todavía tiene que elegir como se dobla. En equilibrio inestable, una fluctuación térmica aleatoria podría ser suficiente para enviarlo de una u otra manera.
- Se dice entonces que hay un rompimiento de la simetría izquierda-derecha (inherente en la varilla ligeramente cargada) debido a la deformación.

- El parámetro que impulsa la transición de rompimiento de la simetría puede ser una fuerza, como la presión aplicada, pero en general es la temperatura.
- Cuando un líquido se enfría hay una contracción muy ligera del sistema pero conserva un grado muy alto de simetría.

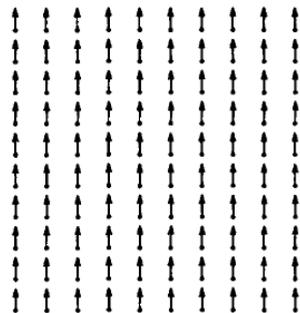


- Por debajo de T_c , la temperatura de fusión, el líquido se convierte en un sólido y aquella simetría se rompe.
- Esto puede parecer sorprendente, ya que la imagen del sólido 'parece' más simétrica que la del líquido.
- La observación crucial es que cualquier punto en un líquido es exactamente el mismo que cualquier otro.
- Si se promedia el sistema en el tiempo, cada posición es visitada por átomos tan frecuentemente como cualquier otro. No hay direcciones únicas o ejes a lo largo de los cuales los átomos se alinean

- En resumen, el sistema posee una simetría completa de traslación y de rotación. En el sólido este alto grado de simetría es casi totalmente perdida.
- ❖ El sólido de la figura todavía posee cierta simetría residual:
 - En lugar de ser invariante bajo rotaciones arbitrarias, es invariante bajo rotaciones cuaternarias ($\pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$),
 - En lugar de ser invariante bajo traslaciones arbitrarias, es invariante bajo traslaciones que son combinaciones enteras de vectores primitivos de la red.
- ❖ Por tanto, **no toda la simetría se ha perdido, pero la alta simetría del estado líquido se ha roto.**
- Similar para un material FM: para $T > T_C$ posee simetría rotacional completa. Para $T < T_C$ el sistema "elige" una dirección única para todos los espines.



$T > T_C$



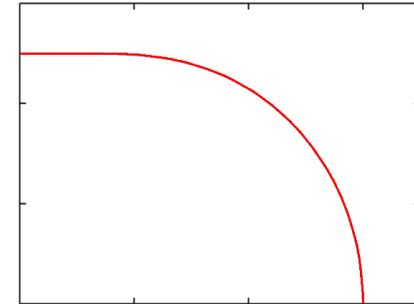
$T < T_C$

- La alta simetría de rotación presente a altas T se rompe. El estado de T baja tiene una simetría rotacional reducida (sólo rotaciones alrededor del eje de magnetización, son permitidas).

- Un punto importante: es imposible cambiar la simetría gradualmente. Una simetría particular está presente o no lo está.

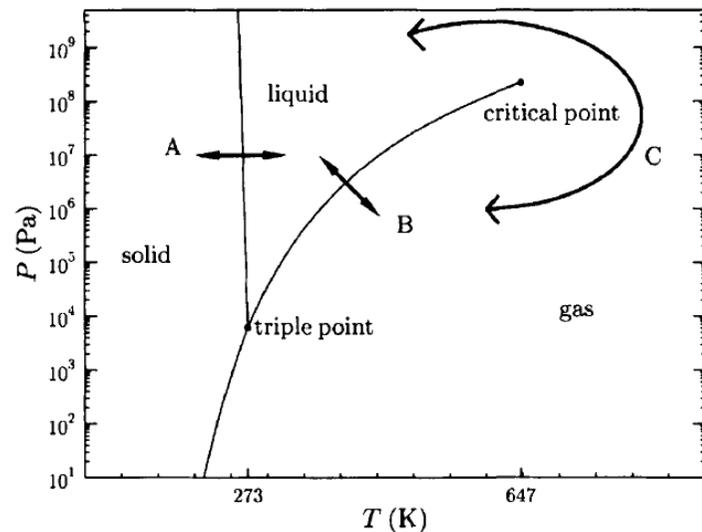
=>

Las transiciones de fase son abruptos y no hay una delimitación clara entre los estados ordenados y desordenados.



- La apariencia de orden a bajas temperaturas puede entenderse a partir de consideraciones termodinámicas muy generales:
 - La energía libre F se relaciona con la energía E y la entropía S por
$$F = E - TS$$
 - Para minimizar F , a bajas T el sistema elegirá su estado fundamental de energía el cual es ordenado. Entonces minimizará E .
 - Cuando T aumenta, es más importante para minimizar F encontrar un estado que maximice S , y por tanto un estado desordenado será favorecido.

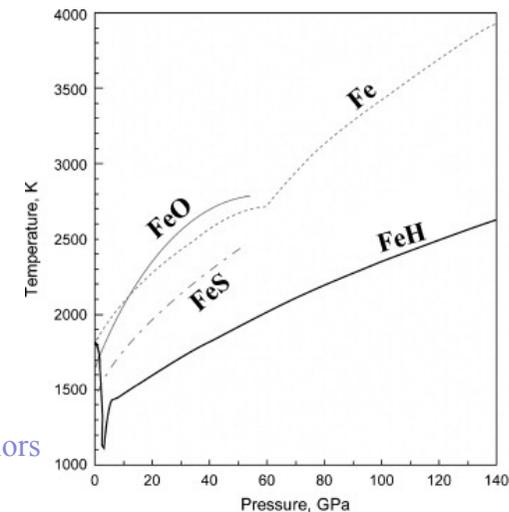
- No todas las transiciones de fase implican un cambio de simetría.



- La línea límite entre el líquido y el gas es terminada por un punto crítico.
- Por lo tanto es posible "engañar" la transición de fase abrupta mediante la adopción de un camino a través del diagrama de fases que evita un cambio discontinuo

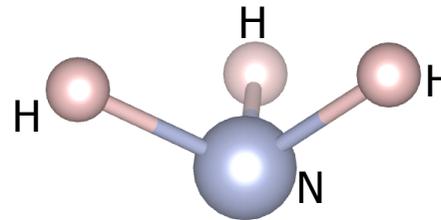
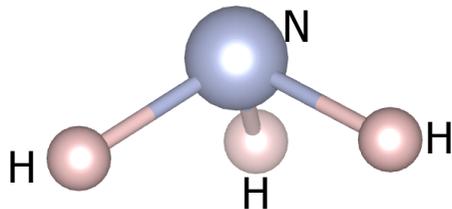
- Para $T > T_c$ (647 K) un gas y un líquido se distinguen sólo por su densidad. La transición entre un gas y un líquido no implica ningún cambio de simetría.

- En contraste, la transición sólido-líquido implica un cambio de simetría y por consiguiente no hay ningún punto crítico para la curva de fusión.



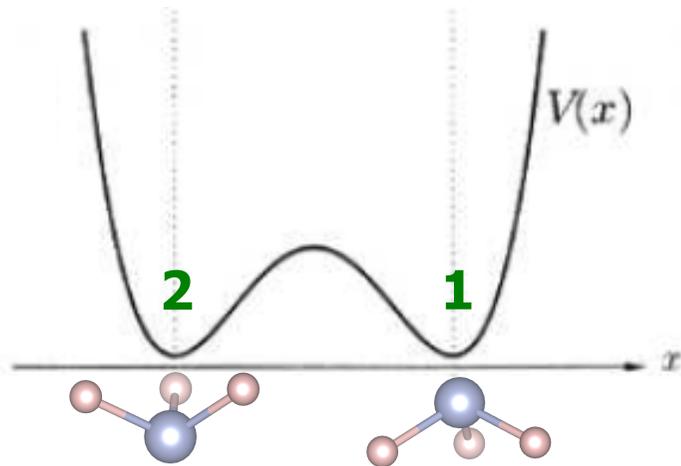
K. Sakamaki et al. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*
Volume 174, Issues 1–4, May 2009, Pages 192–201

- El problema sobre la naturaleza de las transiciones de rompimiento de simetría, es que el estado fundamental no posee la simetría del hamiltoniano.
 - Al enfriar un material FM a través de T_C , el sistema tiene que elegir una dirección en particular al cual todos los espines apuntarán, aunque ninguna dirección particular se destaca en la física fundamental. ¿Cómo hace esto?
- Consideremos un ejemplo no magnético: la molécula de amoníaco (NH_3)



- Esta forma piramidal es debido a una hibridización sp^3 (enlaces covalentes formados por los 2 electrones del enlace N-H).
- Esto le da a la molécula un momento dipolar y define una dirección particular en el espacio => rompe la simetría del hamiltoniano fundamental.
=> esta pirámide no puede ser un estado estable del sistema.
- Existe otro estado equivalente: invirtiendo el tetraedro

- Si denotamos la distancia de N al plano de los H por x , la energía potencial $V(x)$ tendría 2 mínimos asociados a las 2 configuraciones.



El estado estable es una superposición de los 2 estados metaestables

$$\psi(x,t) = C_1(t)\phi_1(x) + C_2(t)\phi_2(x)$$

$$\Rightarrow C_1(t) = \frac{a}{2}e^{-(1/\hbar)(H_{11}+H_{12})t} + \frac{b}{2}e^{-(1/\hbar)(H_{11}-H_{12})t}$$

$$C_2(t) = \frac{a}{2}e^{-(1/\hbar)(H_{11}+H_{12})t} - \frac{b}{2}e^{-(1/\hbar)(H_{11}-H_{12})t}$$

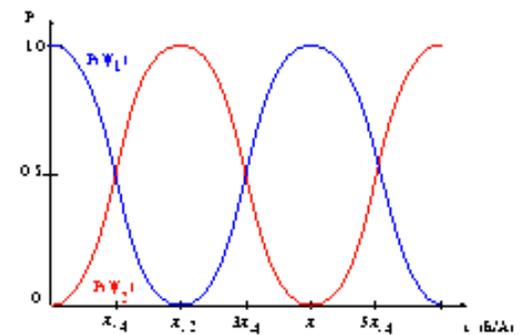
$b = 0 \Rightarrow E = \frac{H_{11} + H_{12}}{\hbar}$ i.e. el sistema está en un estado de energía definida y la probabilidad de que N esté "arriba" o "abajo" son iguales

$a = 0 \Rightarrow E = \frac{H_{11} - H_{12}}{\hbar}$ idem. \Rightarrow Por lo tanto tenemos 2 niveles de energía posibles

Si en $t = 0$: $|C_1(0)|^2 = 1$, $|C_2(0)|^2 = 0$

$$\Rightarrow |C_1(t)|^2 = \cos^2(H_{12}t/\hbar)$$

$$|C_2(t)|^2 = \sin^2(H_{12}t/\hbar)$$



- La frecuencia de oscilación entre los dos estados metaestables de NH_3 es de 24 GHz.
- Si se reemplaza N por P (PH_3), $m_p > m_N$, la frecuencia baja en un factor 10
=> cuando el sistema es más pesado, aumenta la constante de tiempo del estado metaestable
- En un FM tenemos un estado más masivo (10^{23} átomos), porque participan todos los átomos.
=> aunque el ground state del FM no es estacionario, es un estado metaestable con un tiempo de estabilidad mayor que la edad del universo.
- Para acceder al otro estado se tendría que invertir cada espín en el sistema de forma simultánea, lo cual es muy poco probable.

Teoría de Landau del FM

- Un modelo que produce, en forma simple, una transición de fase fue dada por Lev Landau y surge de consideraciones muy generales.
- La energía libre de un sistema FM está descrito por una función del parámetro de orden utilizando una serie de potencias en M .
- Los 2 estados metaestables de M tienen la misma energía, i.e., son energéticamente degenerados => no existe términos de M con potencia impar:

$$F(M) = F_0 + a(T)M^2 + bM^4$$

constante $a(T) = a_0(T - T_C), a_0 > 0$ constante y positivo

- El estado fundamental se puede determinar mediante la minimización de la energía libre F :

$$\partial F / \partial M = 2aM + 4bM^3 = 0 \quad \Rightarrow \quad M = 0, \quad M = \pm \sqrt{\frac{a}{2b}} = \pm \sqrt{\frac{a_0(T_C - T)}{2b}}$$

- $M = 0$ es válida para todas las T , la 2ª solución es válida solo si $T < T_C$.

- La pregunta que surge es cuando la solución $M = 0$ representa un estado estable, i.e. ¿es F un valor mínimo para $M = 0$?

$$F(M) = F_0 + a(T)M^2 + bM^4$$

$$\partial^2 F / \partial M^2 = 2a + 12bM^2 = 2a_0(T - T_C) + 12bM^2$$

- Si $M = 0$ y $T > T_C$:

$$\left(\partial^2 F / \partial M^2\right)_{M=0} = 2a_0(T - T_C) > 0 \quad \text{El sistema es estable}$$

- Si $M = 0$ y $T = T_C$:

$$\left(\partial^2 F / \partial M^2\right)_{M=0} = 0 \quad \left(\partial^3 F / \partial M^3\right)_{M=0} = (12bM)_{M=0} = 0$$

$$\left(\partial^4 F / \partial M^4\right)_{M=0} = (12b)_{M=0} > 0 \quad \text{El sistema es estable}$$

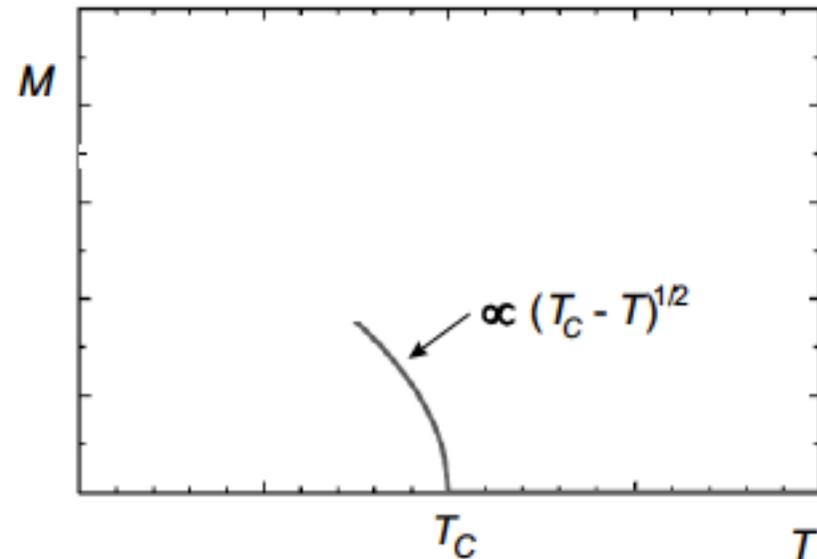
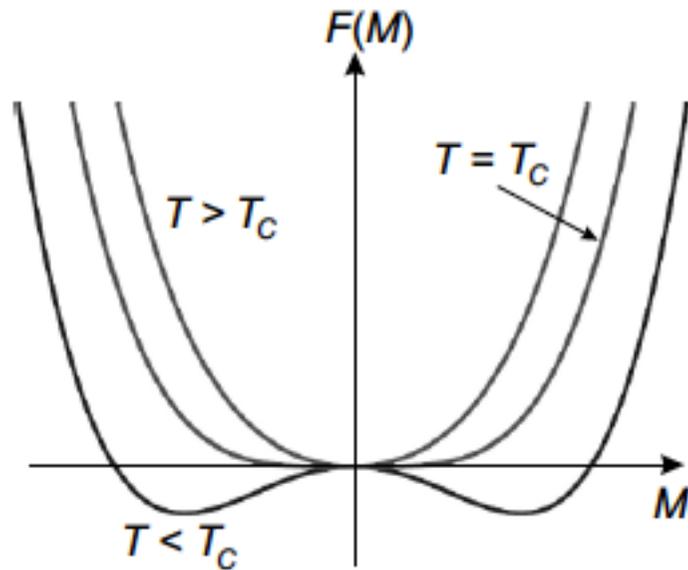
- Si $M = 0$ y $T < T_C$:

$$\left(\partial^2 F / \partial M^2\right)_{M=0} = 2a_0(T - T_C) < 0 \quad \text{El sistema es inestable}$$

- Para $T < T_C$ el sistema es estable para la solución $M = \pm \sqrt{\frac{a_0(T_C - T)}{2b}}$

- Por lo tanto, el estado fundamental para diferentes T está dada por

$$M = \pm \sqrt{\frac{a_0(T_C - T)}{2b}} \quad \text{para } T \leq T_C \quad M = 0 \quad \text{para } T \geq T_C$$



- Este modelo es una teoría de campo medio (hipótesis: todos los espines están influenciados por un campo efectivo) igual al modelo de Weiss. La ventaja es su simplicidad
- Sin embargo, las correlaciones y las fluctuaciones son despreciadas, y estas son importantes cerca de T_C .

Modelo de Heisenberg y de Ising

- Un enfoque alternativo son los modelos microscópicos como el modelo de Heisenberg a primeros vecinos

$$\mathcal{H} = - \sum_{\langle i,j \rangle} J \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

- Es importante distinguir entre dos dimensionalidades diferentes:
 - d : dimensionalidad de la red cristalina
 - D : dimensionalidad del espín considerado como un vector tridimensional
- Esto permite clasificar diferentes modelos:
 - $D = 1$ (z): Modelo de Ising
 - $D = 2$ (xy): Modelo XY
 - $D = 3$: Modelo Heisenberg
 - $D = \infty$: Modelo esférico (similar a Ising con $\sigma_i \in [-1,1]$ tal que $\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 = N$)

- Entonces, el hamiltoniano se puede escribir como:

$$\mathcal{H} = -\sum_{\langle i,j \rangle} J \left[\alpha (S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y) + \beta S_i^z S_j^z \right]$$

con

Modelo de Heisenberg: $\alpha = 1, \beta = 1$

Modelo de Ising: $\alpha = 0, \beta = 1$

Modelo XY: $\alpha = 1, \beta = 0$

- En el caso $D = 1, d = 1$ se asume una cadena con N espines en una red unidimensional y condiciones de borde periódicas (N enlaces):

$$\mathcal{H} = -2J \sum_{i=1}^N S_i^z S_{i+1}^z$$

- Si $J > 0$, el estado fundamental es FM ordenado. Su energía se puede determinar utilizando $S_i^z = 1/2$:

$$E_0 = -2JN \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} NJ$$

- Consideremos ahora un **defecto** que consiste de una alineación antiparalela en un sitio específico de la cadena



- El aumento de la entropía, debido a que el defecto se puede poner en cualquiera de los N sitios, es

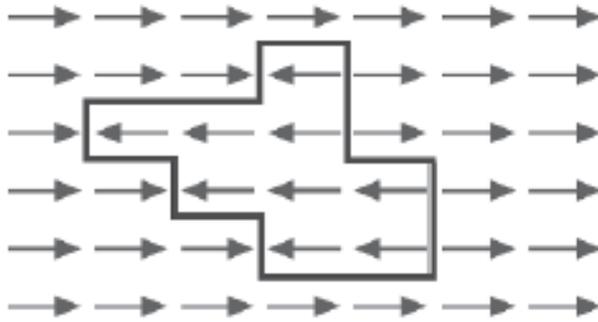
$$S = k_B \ln N \quad \Rightarrow \quad F = E - TS = J - k_B T \ln N$$

- F de una cadena infinita ($N \rightarrow \infty$) es $-\infty$ para $T \neq 0$ K

\Rightarrow Los defectos se pueden crear espontáneamente \Rightarrow No puede ocurrir un ordenamiento de largo alcance $\Rightarrow T_C = 0$

- Estas consideraciones son válidas no sólo para el modelo de Ising unidimensional sino para la mayoría de los modelos en una dimensión.
- En el caso $D = 1, d = 2$ (Ising 2d), los espines están dispuestos en una red bidimensional.

- Un defecto provoca un aumento de la energía y de la entropía que escalan con la longitud de la frontera del defecto



La diferencia más importante, con el Ising 1D, consiste en la posibilidad de un estado ordenado a temperaturas finitas.

- La solución exacta para el Ising 2d fue dado por Onsager en 1944:

$$m(T) = \left[1 - \sinh^{-4}(2\beta J) \right]^{1/8} \quad \text{para } T < T_C \approx 2.269185 J/k_B$$

$$E(T) = -2J \tanh(2\beta J) + \frac{K}{2\pi} \frac{dK}{d\beta} \int_0^\pi d\phi \frac{\sin^2 \phi}{\Delta(1+\Delta)}; \quad \Delta = \sqrt{1 - K^2 \sin^2 \phi}$$

$$K = \frac{2}{\cosh(2\beta J) \coth(2\beta J)}$$

- En el caso $D = 1, d = 3$ (Ising 3d), el estado ordenado también se produce a temperaturas superiores a 0 K, es decir, $T_C > 0$ K. No hay solución exacta.

Consecuencias del rompimiento de simetría

❑ Existencia de transiciones de fase

Una transición brusca se produce a T_c (e.g. líquido-sólido, para-FM). La región cerca de la transición de fase se denomina régimen crítico.

❑ Rigidez

Después de haber roto la simetría, el sistema tendrá una fuerte preferencia energética de mantenerse en ese estado. El sistema se resistirá a intentos por invertir este rompimiento. Así, los cristales no se doblan fácilmente y los ferromagnetos muestran magnetismo permanente

❑ Excitaciones

Despreciando las fluctuaciones cuánticas, se obtiene un orden perfecto a $T = 0$ K. Para $T > 0$ el orden disminuye debido a excitaciones relativas al parámetro de orden, eg. Fonones en cristales, magnones en FM.

❑ Defectos

La simetría rota frecuentemente resulta en un comportamiento diferente en regiones vecinas. La frontera representa un defecto, e.g. En cristales el defecto puede ser una dislocación o borde de grano, en FM es una pared de dominio.

Transiciones de Fase

- En la teoría de Landau (teoría de campo medio) se ve que la magnetización se comporta como $(T_C - T)^{1/2}$ para $T < T_C$.
- En sistemas reales se comprueba que M se comporta como $(T_C - T)^\beta$ cerca de la transición, pero el exponente β no es necesariamente igual a 1/2
- El parámetro β se denomina **exponente crítico**. Se pueden definir otros exponentes críticos, los cuales se han encontrado experimentalmente:

- β que caracteriza el parámetro M para $T < T_C$:

$$M \propto (T_C - T)^\beta$$

- γ que caracteriza la susceptibilidad χ para $T > T_C$:

$$\chi \propto (T - T_C)^{-\gamma}$$

- α que caracteriza el calor específico c_H para $T > T_C$:

$$c_H \propto (T - T_C)^{-\alpha}$$

- δ que caracteriza la influencia de un campo magnético externo H sobre M en $T = T_C$:

$$M \propto H^{1/\delta}$$

- ν que caracteriza la longitud de correlación ξ para $T < T_C$:

$$\xi \propto (T_C - T)^{-\nu}$$

- Las transiciones de fases continuas se relacionan con los exponentes críticos que depende exclusivamente de (hipótesis de universalidad):
 - La dimensionalidad d del sistema.
 - La dimensionalidad D del parámetro de orden.
 - El rango de las fuerzas involucradas (corto o largo alcance).

=> es suficiente determinar los exponentes críticos para una particular clase de universalidad, i.e. determinados valores de D y d para las fuerzas de corto y largo alcance.

Cálculo de los exponentes críticos

- En el marco de la teoría de Landau es posible calcular los diferentes exponentes críticos:

- Exponente crítico β

$$M = \pm \left(\frac{a_0 (T_C - T)}{2b} \right)^{1/2} \Rightarrow M \propto (T_C - T)^{1/2} \Rightarrow \beta = 1/2$$

- Exponente crítico α

Energía libre: $F(M) = F_0 + a(T)M^2 + bM^4$

$$M^2 = \frac{a_0 (T_C - T)}{2b} \Rightarrow \begin{cases} F = F_0 - (a_0^2/4b)(T_C - T)^2 & \text{para } T < T_C \\ F_0 & \text{para } T \geq T_C \end{cases}$$

El calor específico es: $c_H = -T \frac{\partial^2 F}{\partial T^2}$

Para temperaturas cercanas a T_C pero $T \geq T_C$, se tiene $c_H(T_C^+) = 0$

$$c_H(T_C^+) = 0 \quad \text{es independiente de } T \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0$$

Para temperaturas cercanas a T_C pero $T < T_C$, se tiene $F = F_0 - (a_0^2/4b)(T_C - T)^2$

$$c_H(T_C^-) = -T_C \left(\left. \frac{\partial^2 F_0}{\partial T^2} \right|_{T=T_C} - \frac{a_0^2}{2b} \right) = T_C \frac{a_0^2}{2b}$$

Nuevamente independiente de $T \Rightarrow \alpha = 0$

Se tiene además

$$c_H(T_C^-) - c_H(T_C^+) = \frac{a_0^2 T_C}{2b} \quad \text{i.e. } c_H \text{ tienen una discontinuidad en } T = T_C$$

- **Exponente crítico γ**

Si se aplica un campo magnético externo B :

$$F(M) = F_0 + a(T)M^2 + bM^4 - BM$$

El mínimo se obtiene como

$$0 = \partial F / \partial M = 2aM + 4bM^3 - B \quad \Rightarrow \quad B = 2aM + 4bM^3$$

Entonces la susceptibilidad es

$$B = 2aM + 4bM^3$$

$$\mu_0 \frac{1}{\chi} = \frac{\partial B}{\partial M} = 2a + 12bM^2$$

$$M^2 = \frac{a_0(T_C - T)}{2b}$$

$$a(T) = a_0(T_C - T)$$

$$\Rightarrow \mu_0 \frac{1}{\chi} = \begin{cases} -4a_0(T - T_C) & \text{para } T < T_C \\ 2a_0(T - T_C) & \text{para } T \geq T_C \end{cases} \Rightarrow \chi \propto (T - T_C)^{-1}$$

$$\Rightarrow \gamma = 1$$

- **Exponente crítico δ**

$$B = 2aM + 4bM^3 \Rightarrow B \propto M^3 \quad \text{porque } a \rightarrow 0 \text{ cuando } T \rightarrow T_C$$

$$\Rightarrow M \propto B^{1/3} \propto H^{1/3} \Rightarrow \delta = 3$$

- **Exponente crítico ν**

Momentos magnéticos con distancias $r \ll \xi$ están fuertemente correlacionados, i.e. la probabilidad para una orientación paralela es ≈ 1 .

Para distancias $r \gg \xi$ no existen correlaciones.

Una dependencia espacial de la magnetización M y un campo magnético externo B puede ser introducido por medio de campos espacialmente periódicos:

$$F = F_0 + aM^2 + bM^4 - BM - c|\nabla M|^2$$

con

$$M = M_0 + \delta M \cdot e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}, \quad B = \delta B \cdot e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

Usando

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial M} |\vec{\nabla} M|^2 &= 2\vec{\nabla} M \cdot \frac{\partial}{\partial M} \vec{\nabla} M = 2 \frac{\partial M}{\partial \vec{r}} \cdot \frac{\partial}{\partial M} \vec{\nabla} M = 2 \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \cdot \vec{\nabla} M \\ &= 2\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} M = 2\nabla^2 M \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 0 = \partial F / \partial M &= 2aM + 4bM^3 - B - 2c\nabla^2 M \\ &= 2aM_0 + 2a\delta M e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} + 4b \left[M_0^3 + 3M_0^2 \delta M e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} + 3M_0 (\delta M)^2 e^{2i\vec{k}\cdot\vec{r}} + \right. \\ &\quad \left. + 3M_0 (\delta M)^2 e^{2i\vec{k}\cdot\vec{r}} + (\delta M)^3 e^{3i\vec{k}\cdot\vec{r}} \right] - \delta B e^{2i\vec{k}\cdot\vec{r}} + 2ck^2 \delta M e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \end{aligned}$$

Despreciando los términos $O(\delta^2)$

$$\left(2aM_0 + 4bM_0^3\right) + \delta M e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \left(2a + 12bM_0^2 + 2ck^2\right) - \delta B e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} = 0$$

=> Se debe cumplir $(2aM_0 + 4bM_0^3) + \delta M e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} (2a + 12bM_0^2 + 2ck^2) - \delta B e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} = 0$

$2aM_0 + 4bM_0^3 = 0$ (compatible con la condición de equilibrio en ausencia de fluctuaciones)

y

$\delta B = \delta M (2a + 12bM_0^2 + 2ck^2)$

Entonces podemos determinar la susceptibilidad χ_k :

$$\chi_k = \mu_0 \frac{\delta M}{\delta B} = \frac{\mu_0}{2a + 12bM_0^2 + 2ck^2}$$

$a = a_0(T - T_C)$

$M_0 = 0$ cuando $T > T_C \Rightarrow$

$$\frac{1}{\chi_k^+} = \frac{2a_0(T - T_C)}{\mu_0} + \frac{2ck^2}{\mu_0} = \frac{1}{\chi^+} + \frac{2ck^2}{\mu_0}$$

$$\frac{\mu_0}{\chi} = \begin{cases} -4a_0(T - T_C) & T < T_C \\ 2a_0(T - T_C) & T \geq T_C \end{cases}$$

$$\Rightarrow \chi_k^+ = \frac{\chi^+}{1 + k^2 \frac{c}{a_0(T - T_C)}} = \frac{\chi^+}{1 + k^2 \xi_+^2} \quad \text{con} \quad \xi_+ = \left[\frac{c}{a_0(T - T_C)} \right]^{1/2}$$

Análogamente para $T < T_C$ $\xi_- = \left[\frac{c}{2a_0(T_C - T)} \right]^{1/2} \Rightarrow \nu = -\frac{1}{2}$

- Resumiendo, dentro de la teoría de Landau se tiene

	α	β	γ	δ	ν
Teoría de Landau	0	1/2	1	3	1/2

- Las **leyes de escalamiento** describen la relación entre los diferentes exponentes críticos que son válidas para todos los modelos exactamente solubles, y pueden aplicarse a diferentes modelos que incluyen aproximaciones:

$$2 = \alpha + 2\beta + \gamma$$

$$\delta = 1 + \gamma/\beta$$

$$\alpha = 2 - d\nu$$

- La última relación sólo es válida dentro de la teoría de Landau para $d = 4$.
- α , γ , y ν exhiben el mismo valor por debajo y por encima de la T_C que de ninguna manera es una trivialidad.
- Sólo dos exponentes críticos son independientes mientras que los otros están determinados por las leyes de escalamiento.

- Exponentes críticos en diferentes modelos

	α	β	γ	δ	ν
Teoría de Landau	0	1/2	1	3	1/2
Modelo de Ising 2D	0	1/8	7/4	15	1
Modelo de Ising 3D	0.11	0.325	1.24	4.816	0.63
Modelo XY	-0.008	0.345	1.316	4.81	0.67
Modelo de Heisenberg 3D	-0.116	0.365	1.387	4.803	0.705
Modelo esférico	-1	1/2	2	5	1

APENDICES

simetrías

- Un **grupo** es un conjunto de elementos y una operación que los combina, que siguen un conjunto particular de reglas:
 1. El grupo es "cerrado", de modo que las operaciones de elementos del grupo son también elementos del grupo.
 2. La operación del grupo es asociativa.
 3. Existe un elemento inverso y un elemento identidad.
- Sea K un conjunto de objetos matemáticos del mismo tipo (funciones, formas geométricas, ecuaciones, ...) que representan alguna propiedad de un sistema físico y G un grupo de transformaciones que actúa sobre K ($G: K \rightarrow K$), entonces si

$$\forall g(\in G): g(k_0) = k_0$$

Se dice que el elemento de k_0 presenta **simetría**.

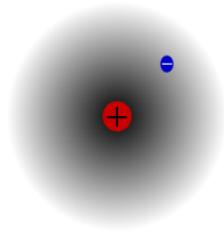
varias leyes de conservación de la física son consecuencia de la existencia de simetrías abstractas del lagrangiano, (teorema de Noether).

K = conjunto de lagrangianos admisibles

k_0 = lagrangiano del sistema bajo estudio

- G :
- traslaciones espaciales (conservación del momento lineal)
 - traslaciones temporales (conservación de la energía)
 - rotaciones (conservación del momento angular)

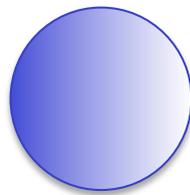
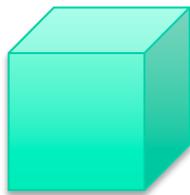
- Un **sistema posee una simetría particular** si el hamiltoniano que lo describe es invariante con respecto a las transformaciones asociadas a los elementos de un grupo de simetría



$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$[H, \mathfrak{K}] = 0$$

- Una **simetría discreta** se refiere a un grupo de simetría con elementos contables, tales como el grupo de simetría de rotación de un cubo.



- Una **simetría continua** tiene un continuum incontable de elementos, tales como el grupo de simetría de rotación de una esfera.
- Un sistema posee una **simetría global** si es invariante a los elementos de simetría del grupo que se aplican globalmente a todo el sistema.
- Una **simetría local** se aplica al hamiltoniano que no se modifica después de aplicar las operaciones de simetría de manera diferente a los diferentes puntos del espacio. La simetría gauge de la superconductividad es una simetría local.

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial M} |\vec{\nabla} M|^2 &= \frac{\partial}{\partial M} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial M}{\partial r_i} \right)^2 = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial M} \left(\frac{\partial M}{\partial r_i} \right)^2 = \sum_{i=1}^3 2 \frac{\partial M}{\partial r_i} \frac{\partial}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial r_i} = \\ &= \sum_{i=1}^3 2 \frac{\partial}{\partial r_i} \frac{\partial M}{\partial r_i} = 2 \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 M}{\partial r_i^2} = 2 \nabla^2 M\end{aligned}$$

