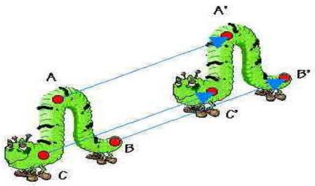
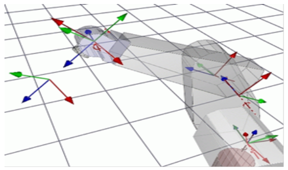
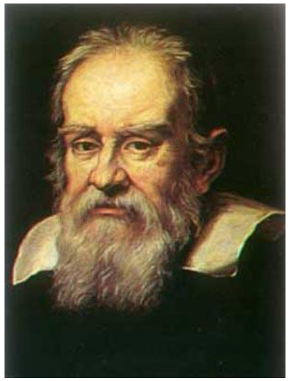
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE FISICA

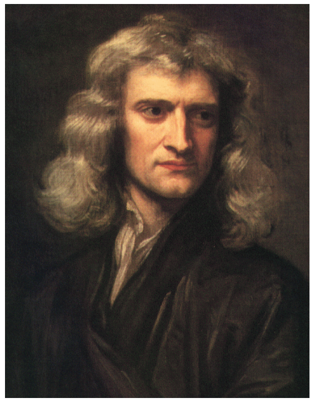
FISICA GENERAL FIS1503





Dr. José Mejía López
Física Teórica, segundo piso
Anexo 7149
jmejia@puc.cl





Capítulo 3

Dinámica

Trabajo y Energía

Relación entre la dinámica y la cinemática

Consideremos un objeto sometido a fuerza ***F*** constante que en $t = t_0$ se encuentra en x_0 y se mueve con velocidad v_0

2º Ley de Newton:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\vec{\mathrm{v}} - \vec{\mathrm{v}}_0}{t - t_0}$$

Ecuaciones cinemáticas:

$$\begin{cases} \vec{\mathrm{v}} - \vec{\mathrm{v}}_0 = \vec{a}\left(t - t_0\right) \\ \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{\mathrm{v}}_0\left(t - t_0\right) + \frac{1}{2}\vec{a}\left(t - t_0\right)^2 \end{cases}$$

usando

$$\begin{cases} \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \\ \vec{F}\left(t - t_0\right) = m\left(\vec{\mathrm{v}} - \vec{\mathrm{v}}_0\right) \end{cases}$$

$$\vec{F} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0) = m\left(\vec{\mathrm{v}} - \vec{\mathrm{v}}_0\right) \cdot \vec{\mathrm{v}}_0 + \frac{1}{2}\left(\vec{\mathrm{v}} - \vec{\mathrm{v}}_0\right) \cdot m\left(\vec{\mathrm{v}} - \vec{\mathrm{v}}_0\right)$$

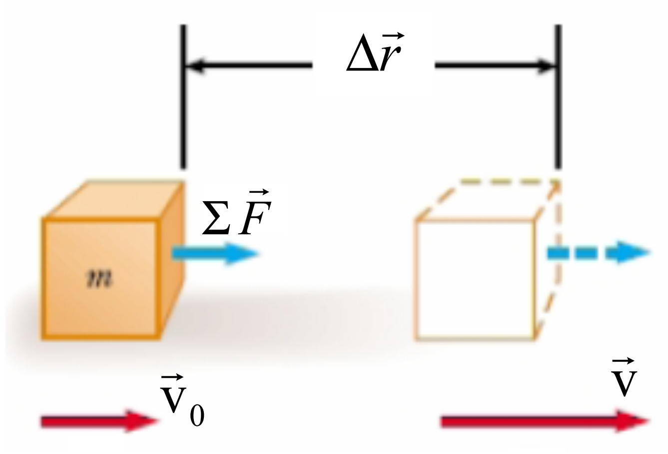
o sea

Energía Cinética

trabajo

$$\vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = \frac{1}{2}m\left(\mathrm{v}^2 - \mathrm{v}_0^2\right)$$

$$\vec{F}\cdot\Delta\vec{r}=\frac{1}{2}m\left(v^2-v_0^2\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{W=\Delta K} \qquad K=\tfrac{1}{2}mv^2$$



El trabajo realizado por un objeto es igual al cambio de su energía cinética (teorema del trabajo y la energía)

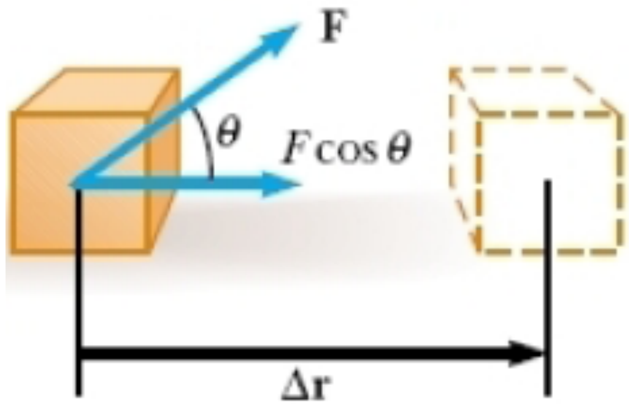
La unidad de energía (o trabajo) en el sistema SI es el **Joule**

$$1\,\mathrm{J}=1\,\mathrm{N\,m}=1\,\mathrm{kg\,m^2/s^2}$$

La unidad correspondiente en el sistema *cgs* es el **ergio**

$$1\ \mathrm{J} = 10^7\ \mathrm{erg}$$

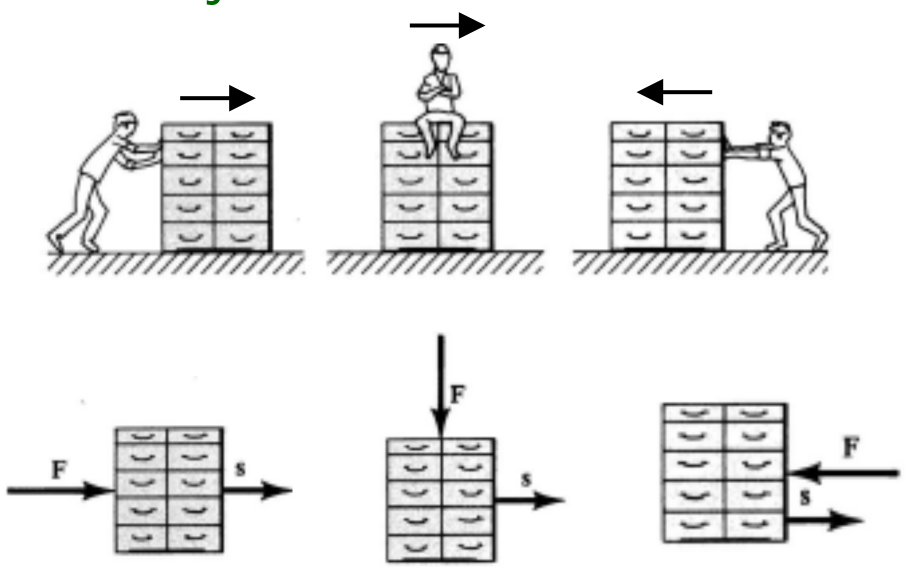
Trabajo



$$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = F\,\Delta r\cos\theta$$

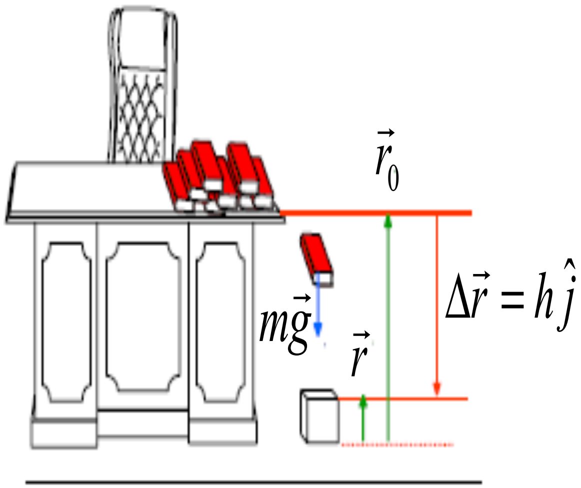
El trabajo es la proyección de la fuerza aplicada $\vec{F}$ sobre el desplazamiento $\Delta\vec{r}$ del objeto.

¿Cuál de las siguientes personas hace trabajo?



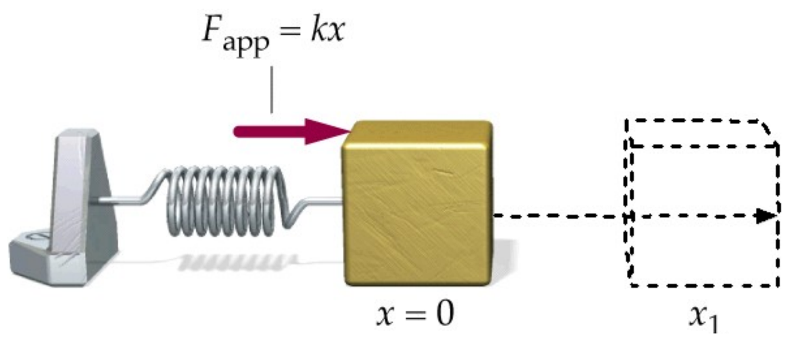
- Trabajo realizado por la fuerza de gravedad

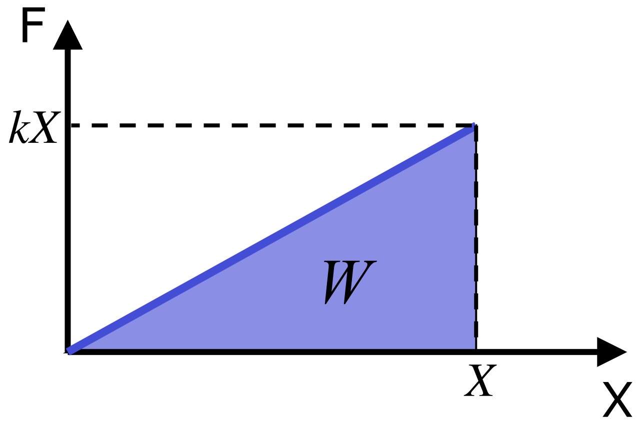
$$W = m\vec{g} \cdot \Delta\vec{r} = (-mg\,\hat{j}) \cdot (-h\,\hat{j}) = mgh$$



- Trabajo realizado por la fuerza elástica

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = kx\,\hat{i} \cdot \Delta x\,\hat{i} = kx\,\Delta x$$





$$W = \frac{1}{2}kx^2$$

Ejemplo

Un objeto cae libremente desde altura *h*. ¿cuál es la velocidad a nivel del suelo?

Magnitud de la fuerza

$$F = mg$$

Magnitud del desplazamiento

$$\Delta y = |y_f - y_i|$$

$$\Delta y = |0 - h| = h$$

Trabajo:

$$W = F\Delta y \cos 0^\circ = mgh$$

Cambio en la energía cinética:

$$\Delta K = \tfrac{1}{2} m\text{v}^2 - \tfrac{1}{2} m\text{v}_0^2 = \tfrac{1}{2} m\text{v}^2$$

$$W = \Delta K$$

$$\cancel{m}gh = \tfrac{1}{2}\cancel{m}\text{v}^2 \quad \Rightarrow \quad \text{v} = \sqrt{2gh}$$

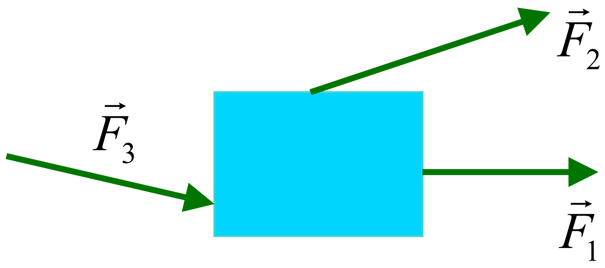
$$\text{v}^2 = \text{v}_0^2 + 2a\Delta y$$

$$\text{v}^2 = 0 - 2g(-h)$$

$$\text{v}^2 = 2gh$$

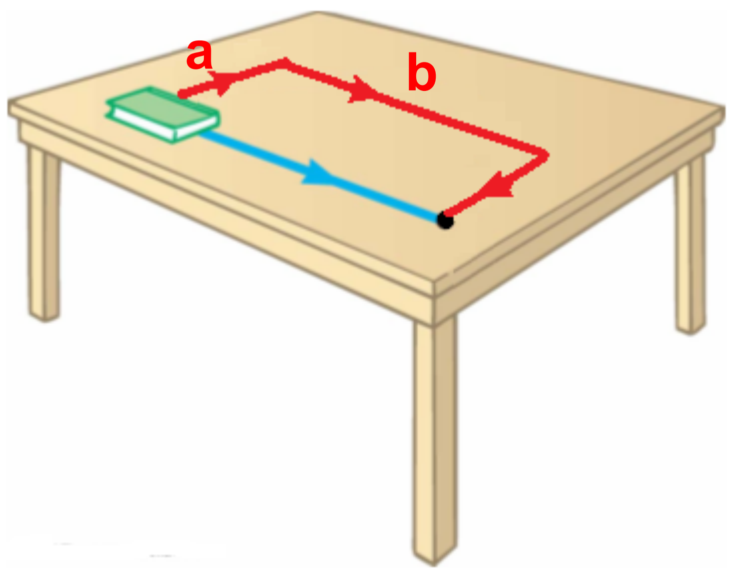
$$\text{v} = \sqrt{2gh}$$

- Si sobre una partícula se aplican varias fuerzas, el trabajo total es la suma de los trabajos realizados por cada fuerza



$$W = \sum_i W_i = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots$$

Fuerzas No conservativas



En el caso de la fuerza de rozamiento se tiene que

$$W = -2\mu mg(a+b) \neq 0$$

Las fuerzas que realizan un trabajo dependiente de la trayectoria se llaman fuerzas no conservativas

Energía Mecánica

Desde el teorema del trabajo y energía:

$$\Delta K = W = W_{F_C} + W_{F_{NC}}$$

El trabajo realizado por las fuerzas conservativas no dependen del camino seguido por la partícula, solo dependen de la posición inicial y final:

$$W_{F_C} = U_i - U_f = -\Delta U$$

U se conoce como energía potencial

Entonces:

$$K_f - K_i = -(U_f - U_i) + W_{F_{NC}} \quad \Rightarrow \quad K_i + U_i = K_f + U_f - W_{F_{NC}}$$

La suma de la energía cinética más potencial se le llama energía mecánica:

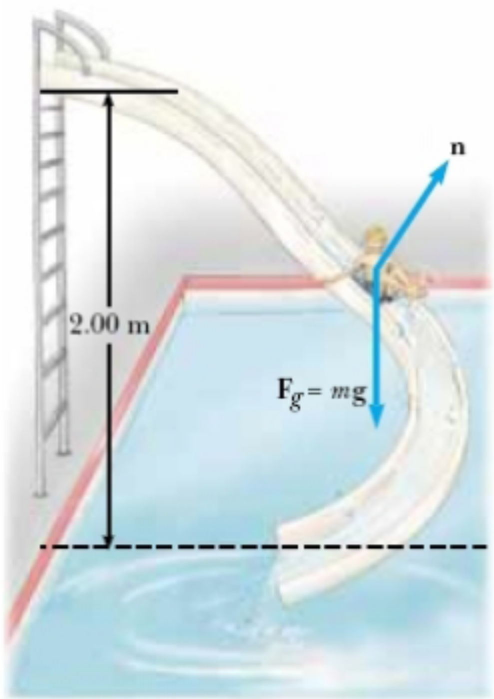
$$\boxed{E_f = E_i + W_{F_{NC}}}$$

En un sistema conservativo se conserva la energía mecánica:

$$E_f = E_i$$

Ejemplo

Un niño de masa m baja por una resbalín irregularmente curvado desde una altura h = 2 m, como se muestra en la figura. El niño parte del reposo en la parte superior. Considere que no hay fricción. Determinar la velocidad del niño al final del resbalín



La normal no realiza trabajo a lo largo de la trayectoria

Conservación de energía:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

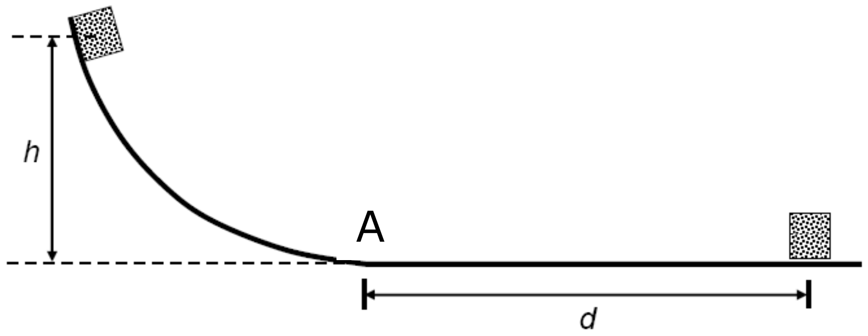
$$0 + mgh = \tfrac{1}{2} m\mathrm{v}^2 + 0$$

$$gh = \tfrac{1}{2}\mathrm{v}^2 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v} = \sqrt{2gh}$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{v} = \sqrt{2(9.8)(2)} = 6.26 \text{ m/s}$$

Ejemplo

Un objeto de masa 2 kg desliza sobre una rampa sin roce desde una altura de 2 m. Al moverse sobre la superficie horizontal experimenta roce con coeficiente 0.4. Encuentre la distancia que recorre sobre la superficie horizontal antes de detenerse.



En la rampa se conserva la energía mecánica

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\Rightarrow \quad mgh = K_A$$

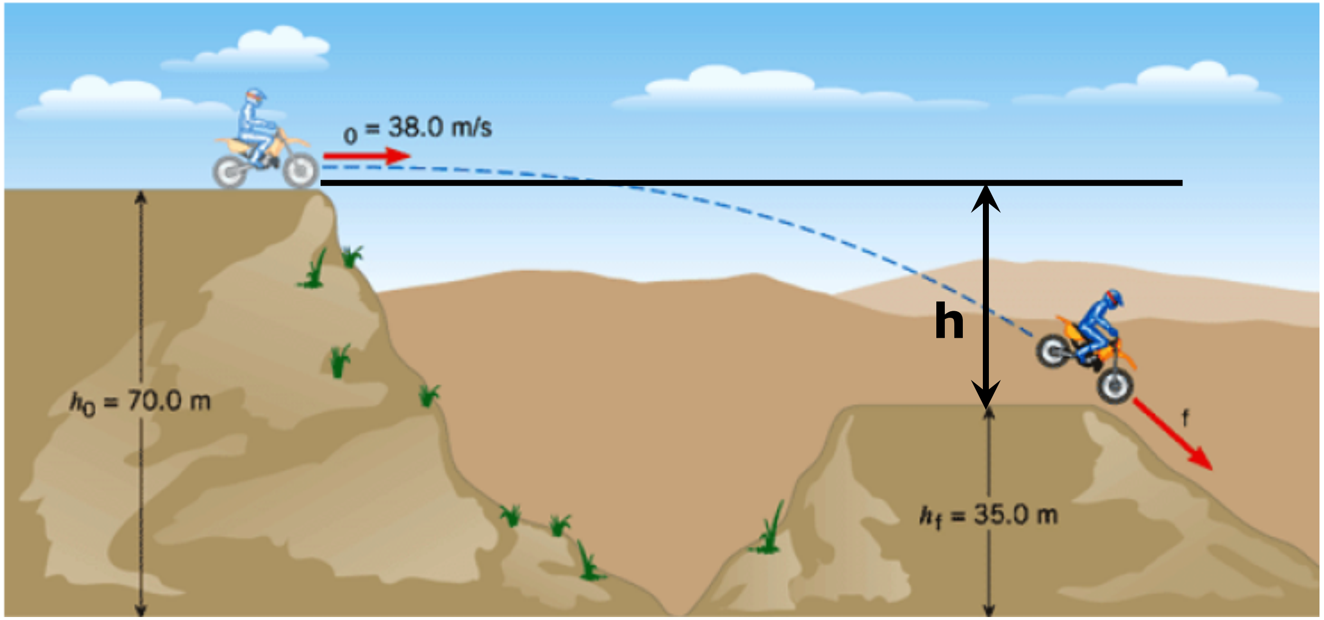
En el plano existe rozamiento por tanto no hay conservación de energía, pero

$$W = \Delta K \quad \Rightarrow \quad F_r d = -K_A \quad \Rightarrow \quad -\mu mgd = -mgh$$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{h}{\mu} = \frac{2\text{ m}}{0.4} = 5\text{ m}$$

Ejemplo

Un motociclista está tratando de saltar sobre un cañón como se muestra en la figura. Con qué rapidez el ciclista golpea el suelo al otro lado?



$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \quad = 46.2 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_1$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2g(h_0 - h_1)}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Potencia

transferencia de energía mecánica a un sistema físico → trabajo realizado por fuerzas externas → no ocurre instantáneamente

Se define la **potencia** como el trabajo realizado (o energía transferida) por unidad de tiempo

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

unidad SI de potencia es el Watt:

1 J/s ≡ 1 Watt

Se puede relacionar la potencia con la velocidad:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{\mathrm{v}}$$

$\vec{F}$: fuerza neta actuando sobre el objeto

Ejemplo

Una persona de 80 kg sube por las escaleras de un edificio hasta una altura de 25 m en un minuto. ¿Cuál es la potencia media que desarrolla en el proceso de subir?

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Cambio de energía mecánica cambio de energía potencial

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = 326.7 \text{ W}$$

Cada uno de los dos motores de un Boeing 767 desarrolla un empuje (fuerza hacia delante) de 1.97x10^5 N. ¿Qué potencia desarrolla cada motor si el avión vuela a 900 km/h? ¿Cuál es la potencia total?

$$F = 1.97\times10^5 \text{ N}$$

$$\text{v} = 900 \text{ km/h}$$

$$= 250 \text{ m/s}$$

Para cada motor:

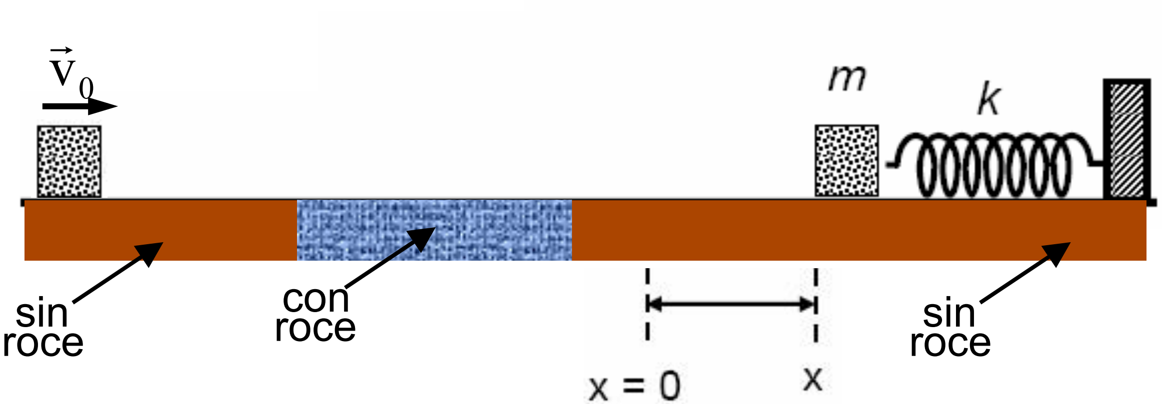
$$P = \vec{F}\cdot\vec{\text{v}} = (1.97\times10^5 \text{ N})(250 \text{ m/s}) = 4.925\times10^7 \text{ W}$$

Para los dos motores:

$$P_T = 2P = 9.85\times10^7 \text{ W}$$

Ejemplo

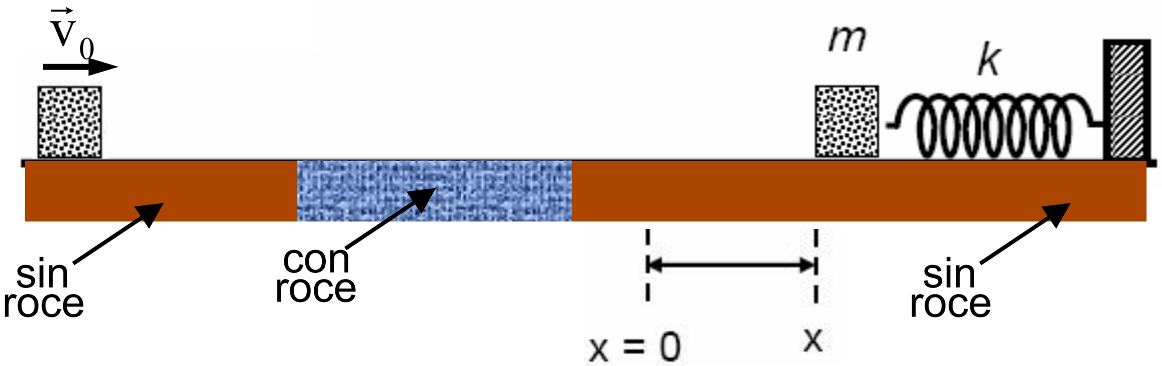
En la figura se tiene una masa de 5 kg con velocidad inicial de 2 m/s que entra a una alfombra de 90 cm de largo con coeficiente de fricción 0.2 y un resorte de constante elástica 100 N/m. (a) ¿Cuánto se comprime el resorte mostrado en la figura? (b) ¿Con qué potencia se disipó energía en la alfombra?



a)

$$K_f + U_f = K_i + U_i + W_{NC} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\mathrm{v}_0^2 - \mu m g d$$

$$\Rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{m\mathrm{v}_0^2 - 2\mu m g d}{k}} \quad = 0.15 \text{ cm}$$



b) $$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

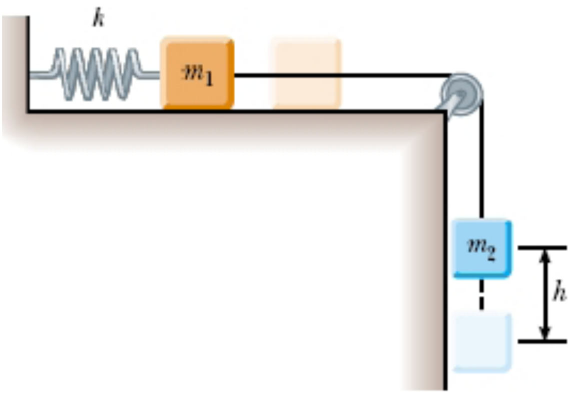
$$\Delta K = W \quad \Rightarrow \quad \tfrac{1}{2}m\mathrm{v}^2 - \tfrac{1}{2}m\mathrm{v}_0^2 = -\mu m g d \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v} = \sqrt{\mathrm{v}_0^2 - 2\mu g d}$$

$$\mathrm{v} = \mathrm{v}_0 - \mu g \Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\mathrm{v}_0 - \sqrt{\mathrm{v}_0^2 - 2\mu g d}}{\mu g}$$

$$\Rightarrow \quad P = -\frac{\mu^2 g^2 m d}{\mathrm{v}_0 - \sqrt{\mathrm{v}_0^2 - 2\mu g d}} \quad = -13.17\ \mathrm{W}$$

Ejemplo

La masas de la figura son m_1=1 kg, m_2=2 kg, y la constante elástica del resorte es de 100 N/m. Calcular el coeficiente de roce si al soltar el sistema desde el reposo, la masa m_2 desciende una distancia de 30 cm antes de llegar nuevamente al reposo.



$$W = \Delta K \quad \Rightarrow \quad W = 0$$

(el sistema parte y llega al reposo)

El trabajo total en el sistema es igual a la suma de los trabajos realizados por cada fuerza sobre los objetos que componen el sistema:

$$W_2 = m_2 gh - Th = 5.88 - 0.3T$$

$$W_1 = -\tfrac{1}{2} kh^2 + Th - \mu m_1 gh = -4.5 + 0.3T - 2.94\mu$$

$$\Rightarrow \quad W = W_1 + W_2 = 1.38 - 2.94\mu = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{1.38}{2.94} = 0.47$$