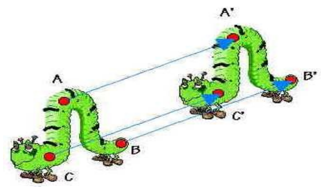
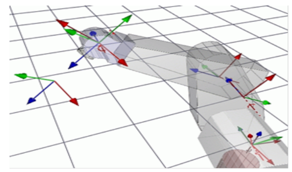
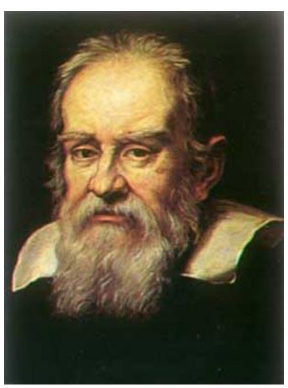
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE FISICA

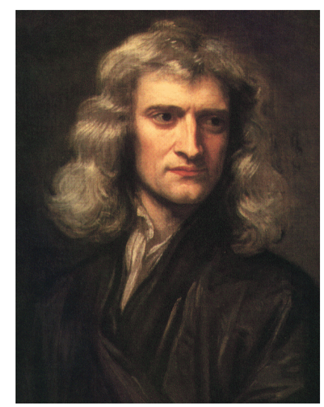
FISICA GENERAL FIS1503

Dr. José Mejía López
Física Teórica, segundo piso
Anexo 7149
jmejia@puc.cl



http://neel2.fis.puc.cl/cncm/Fis1503/Portada.html



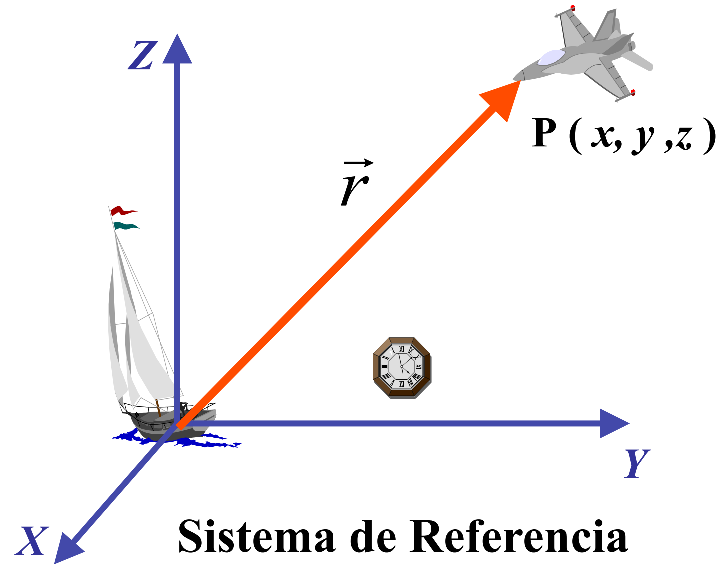
Capítulo 1

Cinemática

Vector de Posición

- Vector que representa la ubicación de un objeto con respecto a un sistema de referencia

$$\vec{r} = x\,\hat{i} + y\,\hat{j} + z\,\hat{k}$$

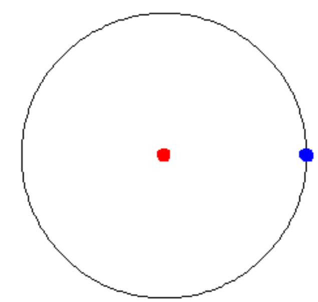


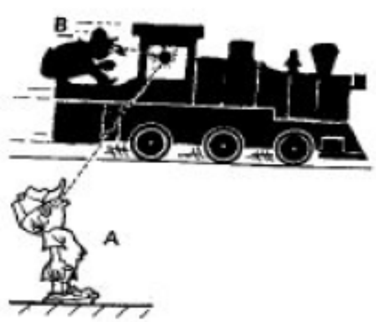
Movimiento y reposo

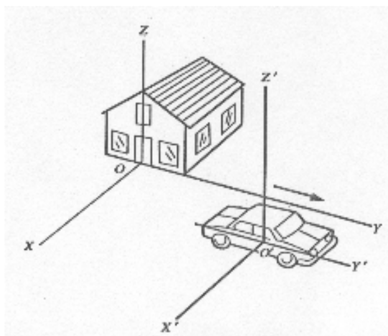
- Variación aparente de la posición de un cuerpo durante el transcurso del tiempo.

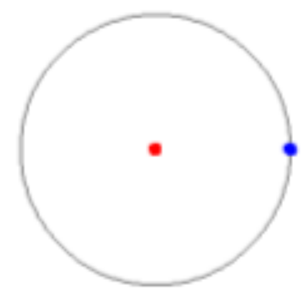
- Si la posición no cambia está se dice que está en reposo

- Movimiento y reposo son conceptos relativos



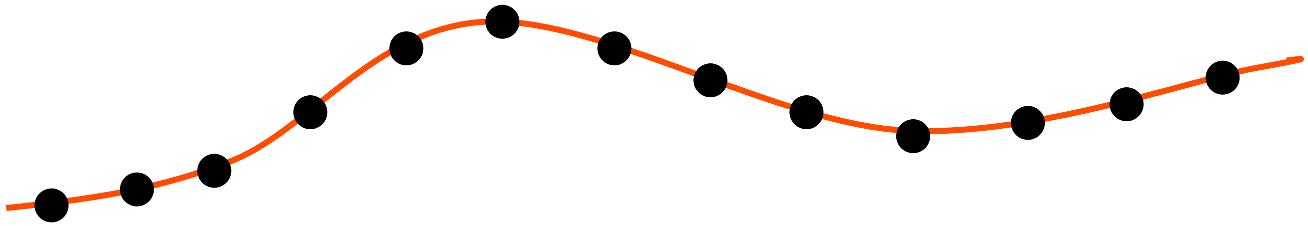




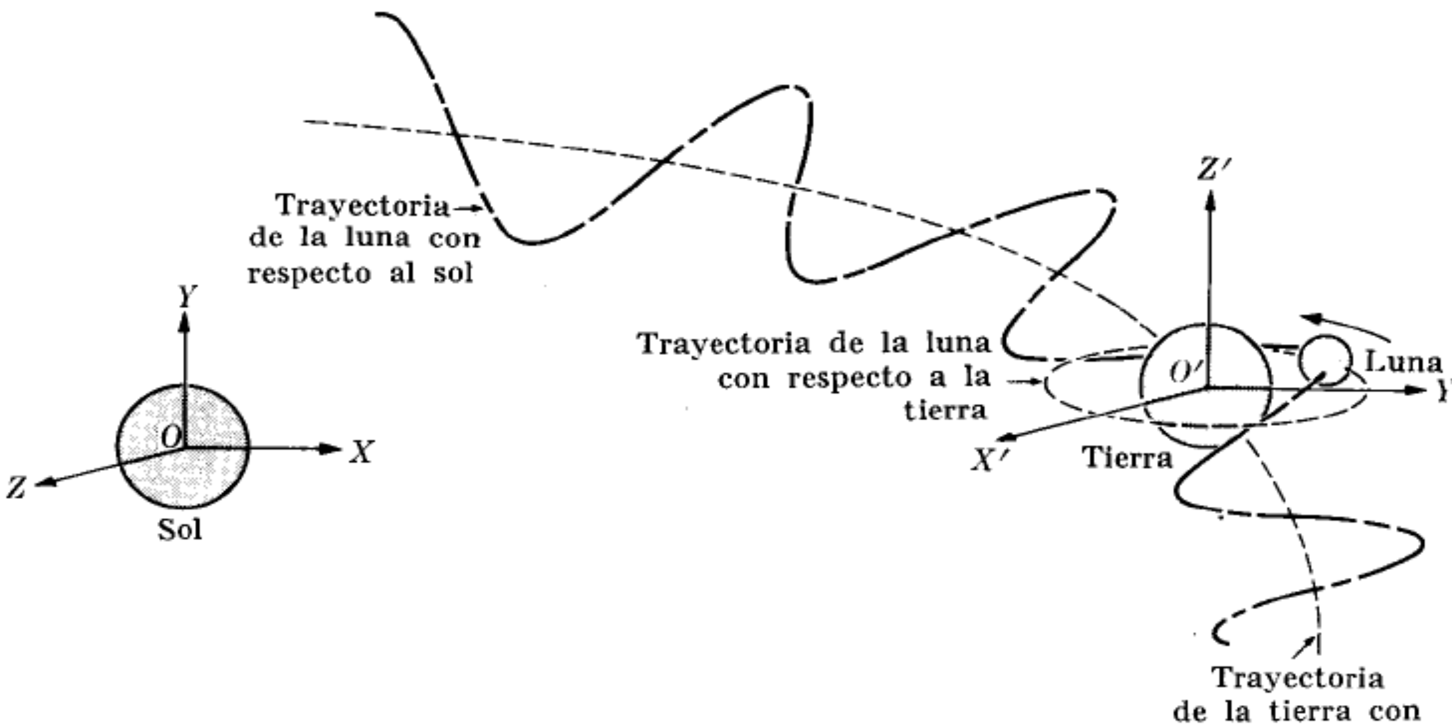


Trayectoria

- Todas las posiciones que toma una partícula durante su movimiento



- La trayectoria depende también del sistema de referencia elegido

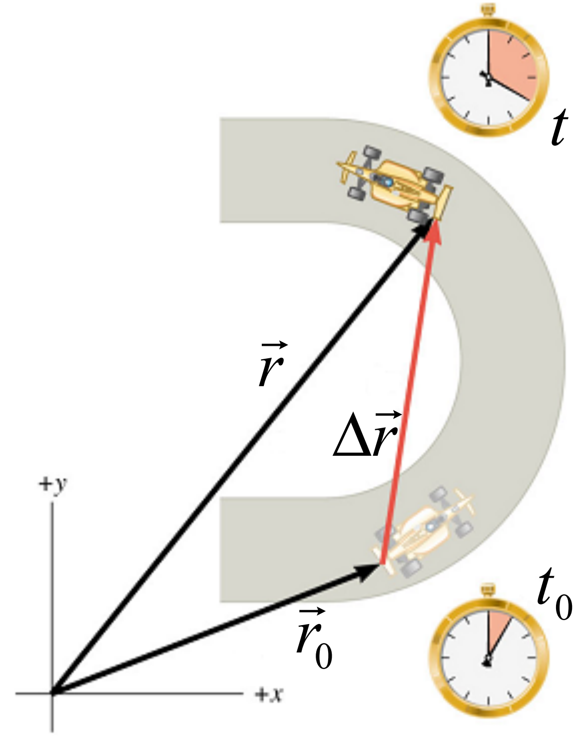


Desplazamiento

- Vector que va desde la posición inicial hasta la final

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$$

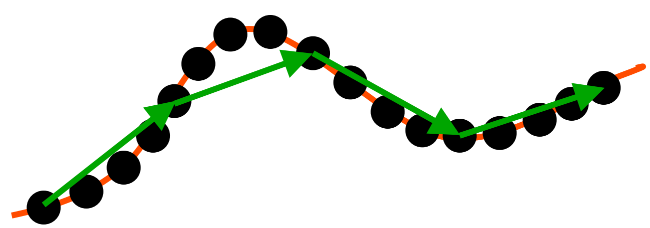
- La distancia puede ser, pero no necesariamente, la magnitud del desplazamiento



Velocidad

- Desplazamiento por unidad de tiempo

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t - t_0}$$

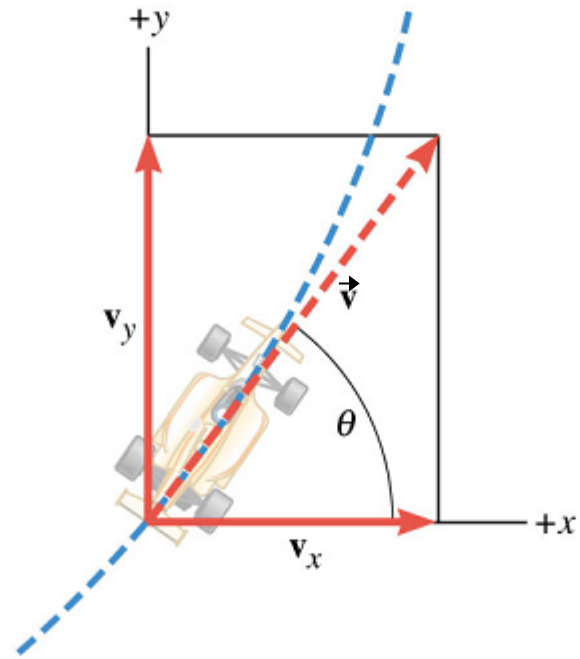


- Velocidad instantánea:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

- La velocidad es un vector

$$\vec{v} = v_x\,\hat{i} + v_y\,\hat{j} + v_z\,\hat{k}$$



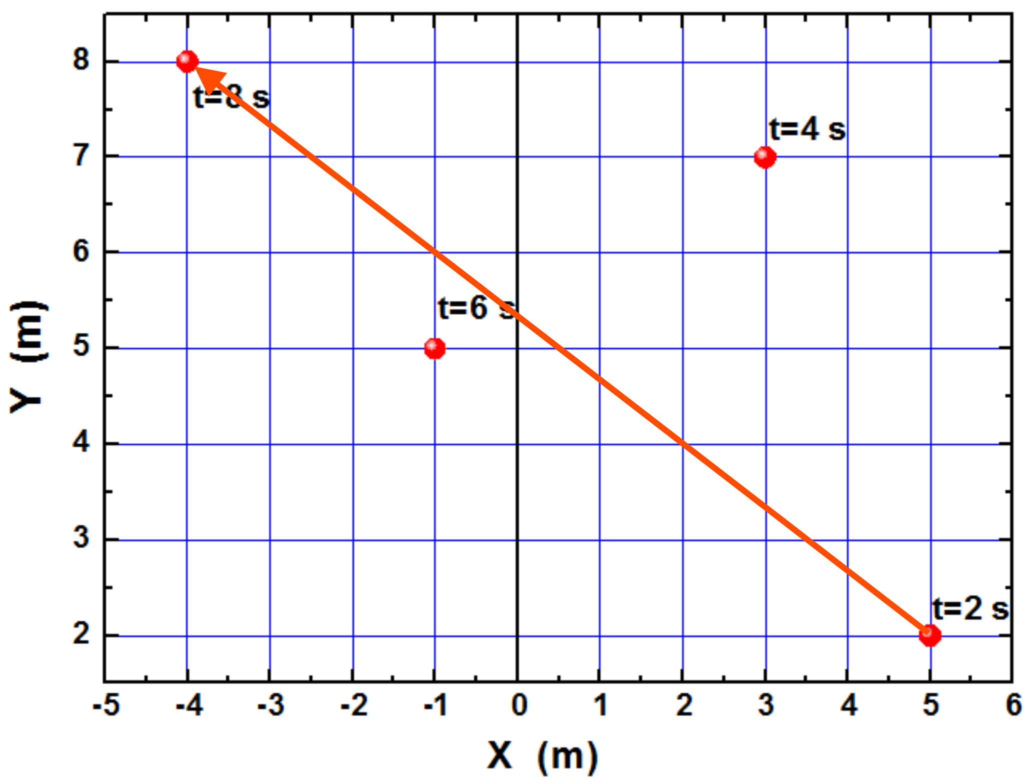
- La velocidad es siempre tangente a la trayectoria

- La magnitud de la velocidad, conocido como rapidez, sería

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Ejemplo

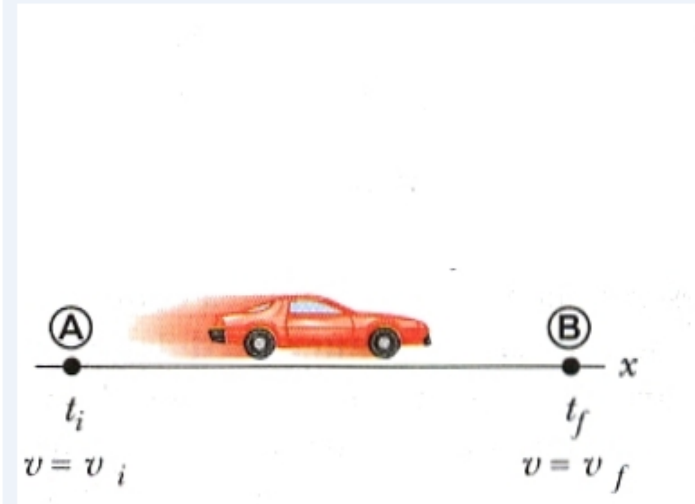
En la figura se muestra las posiciones de un móvil en diferentes tiempos. (a) ¿Se puede decir algo sobre la trayectoria? (b) ¿Con qué velocidad media se ha movido durante el tiempo observado (c) ¿Cuál es su rapidez media?

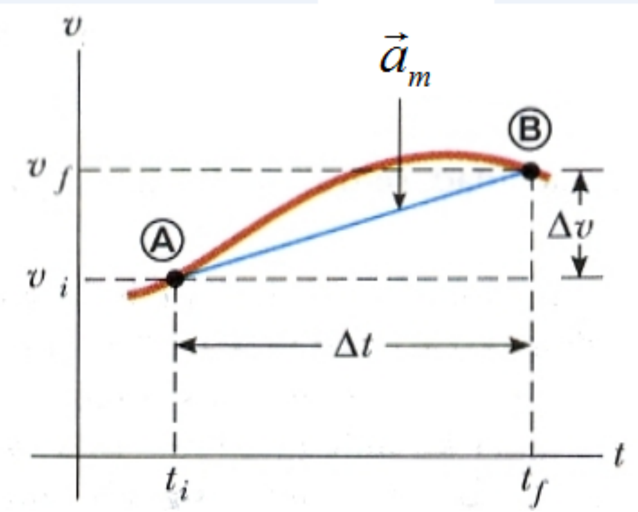


$$(-1.5\ \mathrm{m/s})\,\hat{i} + (1.0\ \mathrm{m/s})\,\hat{j} \quad ; \quad 1.8\ \mathrm{m/s}$$

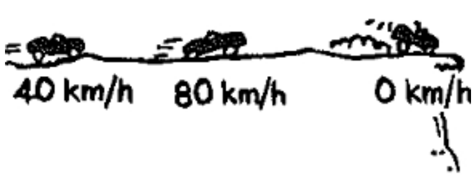
aceleración

En la mayoría de los movimientos, la velocidad cambia con el tiempo

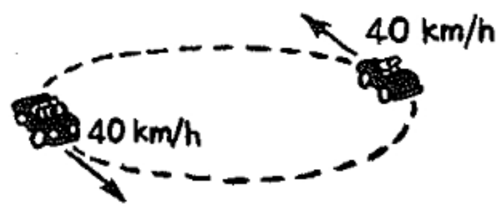




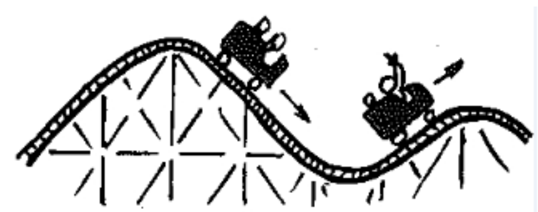
$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad \vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



Cambio de rapidez pero *no* de dirección



Cambio de dirección pero *no* de rapidez



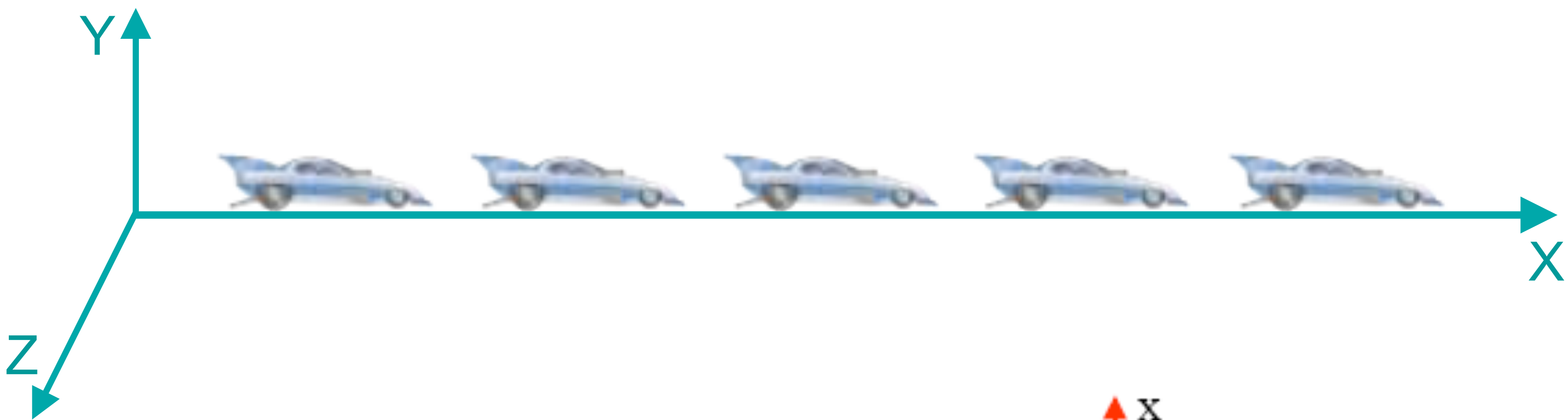
Cambio de rapidez y también de dirección

Movimiento Rectilíneo Uniforme

Primer ejemplo:

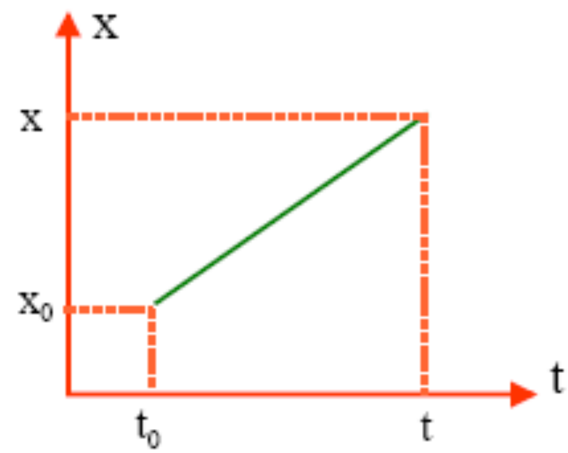
$$\vec{a} = \vec{0} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{\mathrm{v}} = \text{constante}$$

Dirección no cambia $\Rightarrow$ La trayectoria es una recta



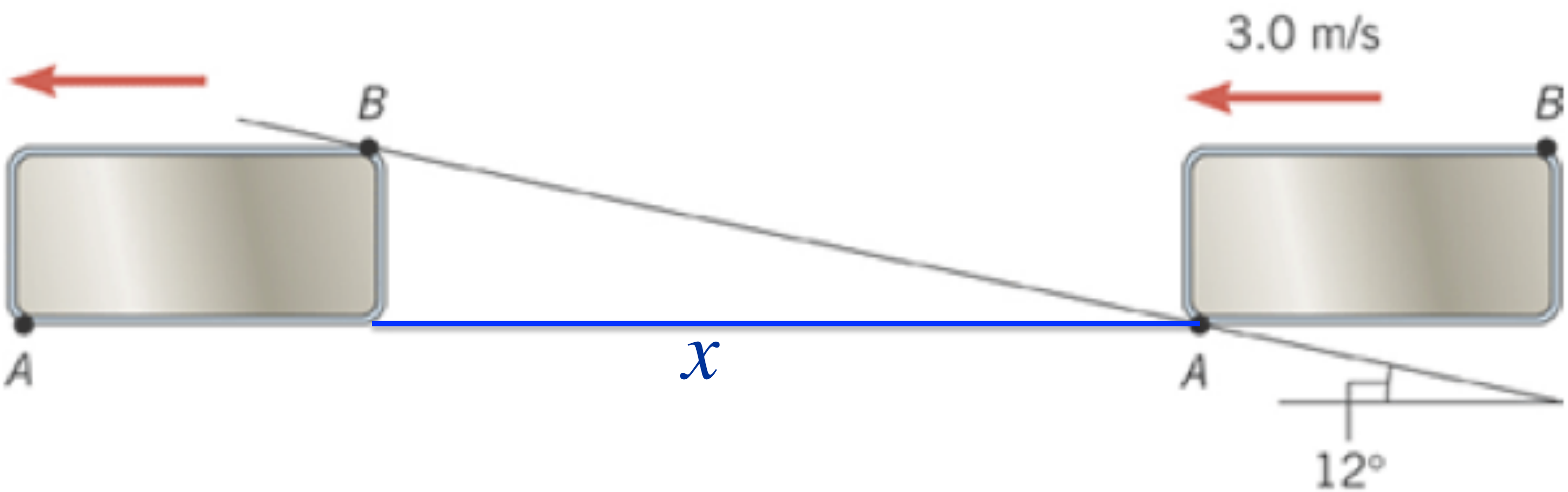
Magnitud no cambia $\Rightarrow \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \mathrm{v}$

$$x(t) = x_0 + \mathrm{v}\,(t - t_0)$$



Ejemplo

Un tren que se desplaza a 3 m/s lo largo de una vía recta a nivel. Muy cerca y paralelo a la pista está una pared que se inclina hacia arriba en un ángulo de 12° con la horizontal. Cuando se mira por la ventana (0.9 m de alto, 2 m de ancho), se ve que el borde superior de la pared aparece por primera vez en la esquina A y desaparece en la esquina B, como se muestra en la figura. ¿Cuánto tiempo pasa entre la aparición y desaparición del borde superior de la pared?



$$t = 2.08\ \mathrm{s}$$

Movimiento Rectilíneo uniformemente acelerado

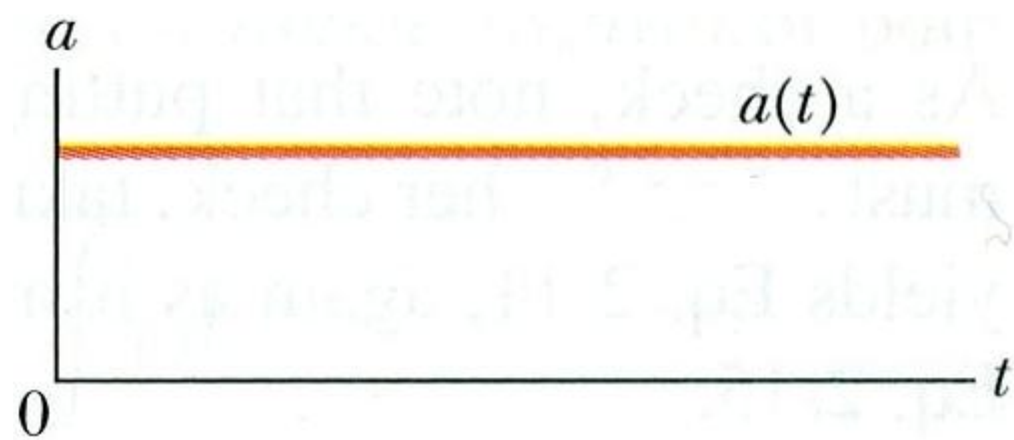
Segundo ejemplo:

$$\vec{a} = \text{constante}$$

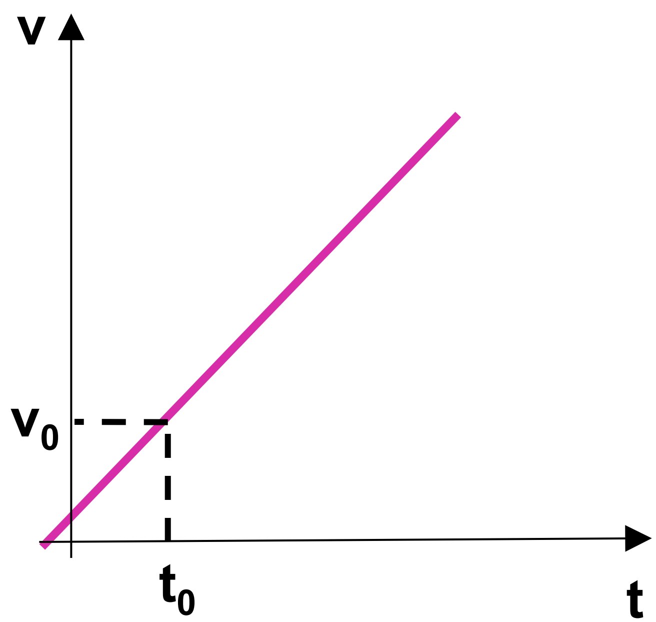
Dirección no cambia $\Rightarrow$ La trayectoria es una recta si $\vec{\mathrm{v}}_0 \,//\, \vec{a}$

Magnitud no cambia

$$a = a_m = \frac{\Delta \mathrm{v}}{\Delta t}$$

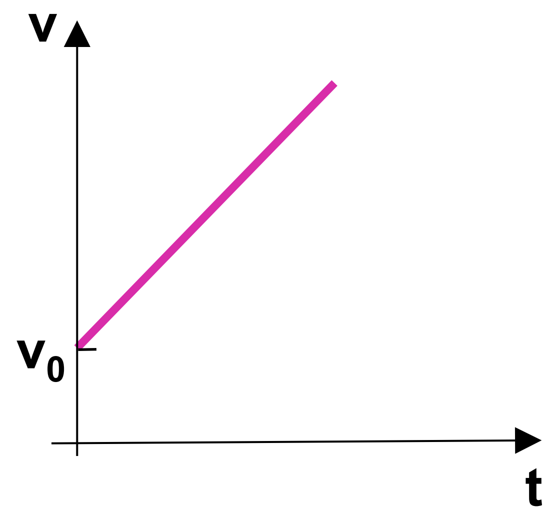


$$a = \frac{\mathrm{v} - \mathrm{v}_0}{t - t_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathrm{v}(t) = \mathrm{v}_0 + a\,(t - t_0)}$$

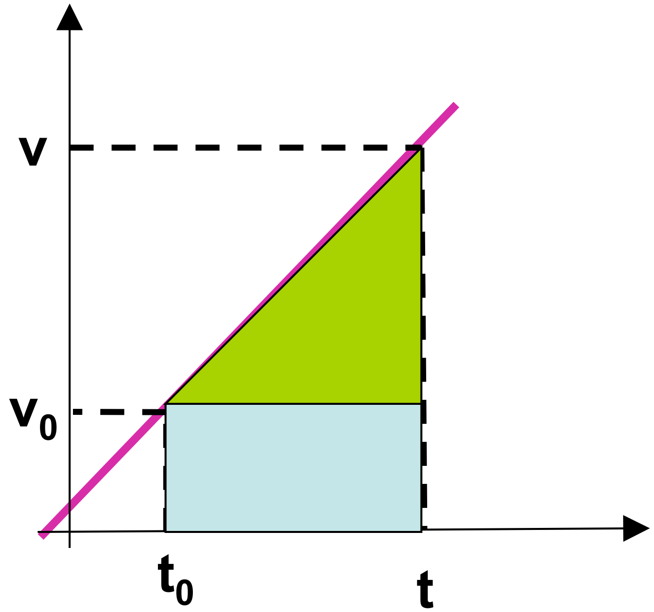


Si $t_0 = 0$:

$$\mathrm{v}(t) = \mathrm{v}_0 + a\,t$$



En cada caso la pendiente es la aceleración del móvil.

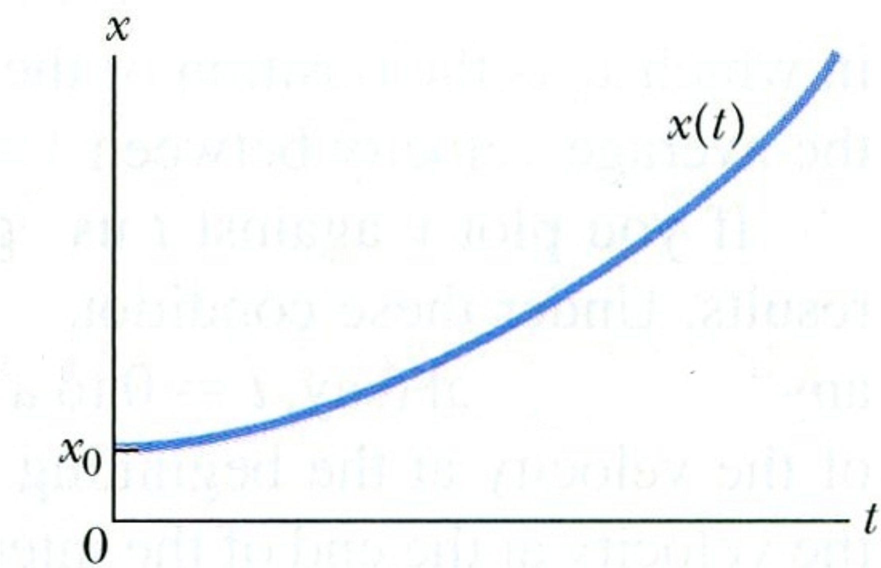


$$\Delta x = v_0\,\Delta t + \tfrac{1}{2}(v - v_0)\,\Delta t$$

$$= v_0\,\Delta t + \tfrac{1}{2}(v_0 + a\,\Delta t - v_0)\,\Delta t$$

$$= v_0\,\Delta t + \tfrac{1}{2}a\,(\Delta t)^2$$

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \tfrac{1}{2}a\,(t - t_0)^2}$$



$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad v_m = v_0 + \tfrac{1}{2}a\,\Delta t$$

$$v_m = v_0 + \tfrac{1}{2}(v - v_0)$$

$$\boxed{v_m = \frac{v + v_0}{2}}$$

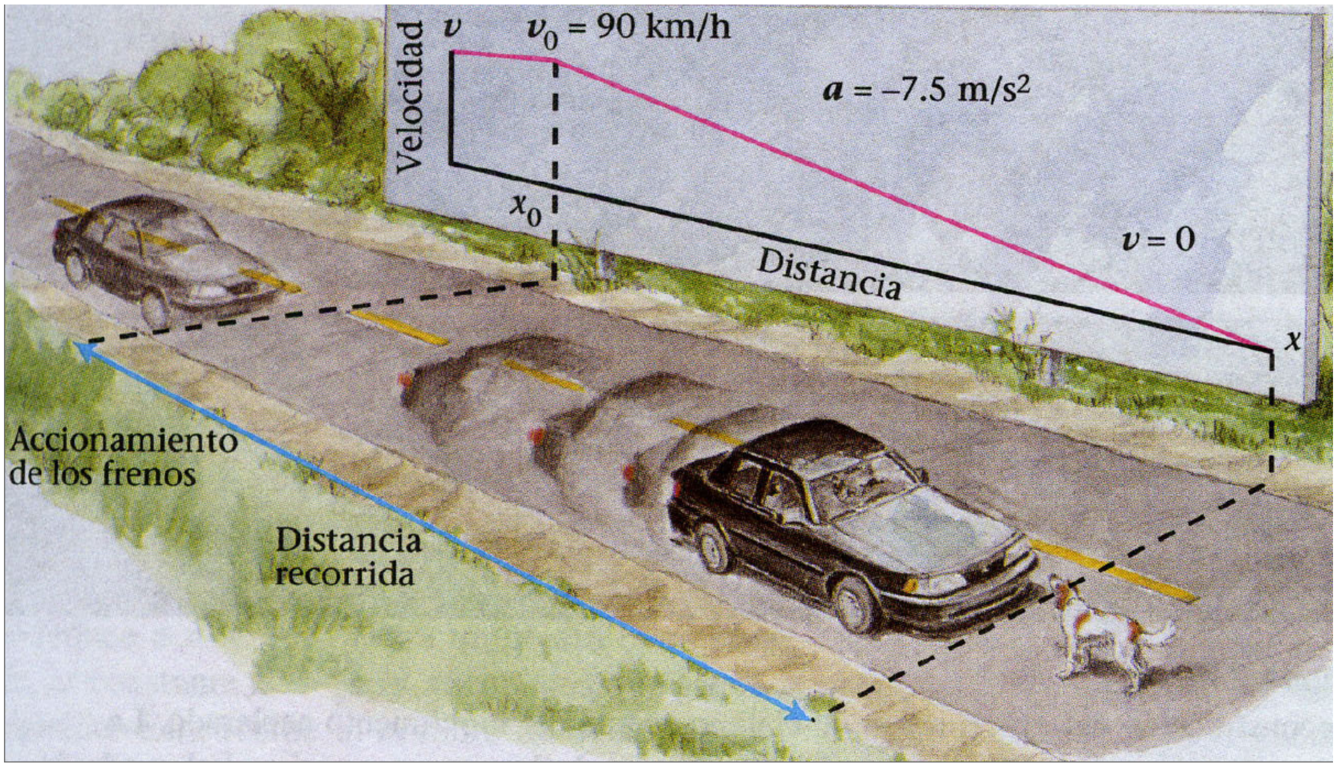
Resumiendo: Las ecuaciones de la cinemática para el MRUA son

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + \mathrm{v}_0\,\Delta t + \frac{1}{2}\,a\,(\Delta t)^2 \\ \\ \mathrm{v}(t) = \mathrm{v}_0 + a\,\Delta t \\ \\ \mathrm{v}^2 = \mathrm{v}_0^2 + 2a\Delta x \end{cases}$$

$$\mathrm{v}_m = \frac{\mathrm{v} + \mathrm{v}_0}{2}$$

Ejemplo

Suponga que se encuentra conduciendo su auto a una velocidad de 90 km/h, cuando repentinamente ve un perro en medio de la carretera 50 m adelante. Aplica los frenos hasta el fondo para conseguir la desaceleración máxima de 7.5 m/s². ¿Qué distancia recorre antes de detenerse? Puede evitar atropellar al perro?



41.67 m ; Si

Ejemplo

Un carabinero motorista escondido en un cruce de calles observa que un auto no respeta la señal de parada, cruza la intersección y continúa a velocidad constante. El carabinero emprende su persecución 2 s después que el auto sobrepasa la señal, acelera a 6.2 m/s^2 y alcanza una velocidad de 110 km/h; continua con esta velocidad hasta que alcanza al auto infractor. En ese instante, el auto se encuentra a 1.4 km del cruce ¿Qué velocidad llevaba el auto?

$$\mathrm{v}_1 = 110\ \mathrm{km/h}$$
$$= 30.56\ \mathrm{m/s}$$

$$\frac{d\,\mathrm{v}_1}{d + \mathrm{v}_1^2 / 2a + \mathrm{v}_1 t_0} = 27.85\ \mathrm{m/s}$$

Caída libre

- Movimiento de objetos verticalmente cerca de la superficie de la Tierra

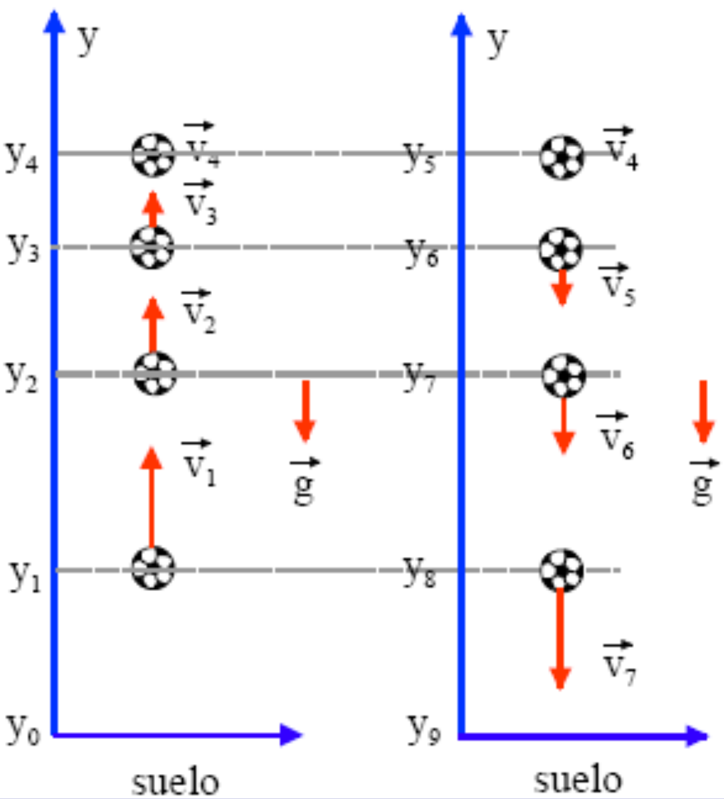
$$\vec{a} = -g\,\hat{j} \qquad\qquad g = 9.8\, m/s^2$$

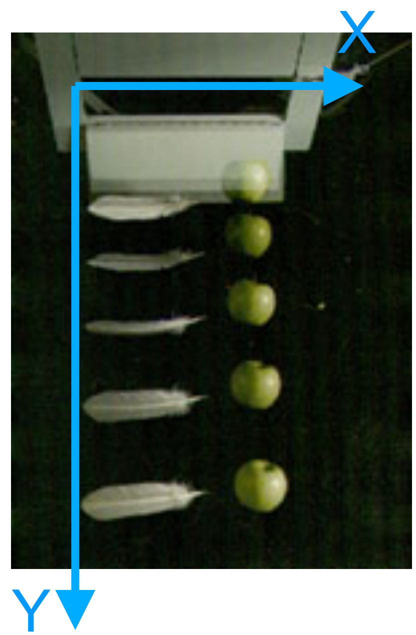
$$y(t) = y_0 + \mathrm{v}_{0y}\,\Delta t - \tfrac{1}{2}\,g\,(\Delta t)^2$$

$$\mathrm{v}_y(t) = \mathrm{v}_{0y} - g\,\Delta t$$

Altura máxima:

$$h_{\max} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\mathrm{v}} = \vec{0}$$



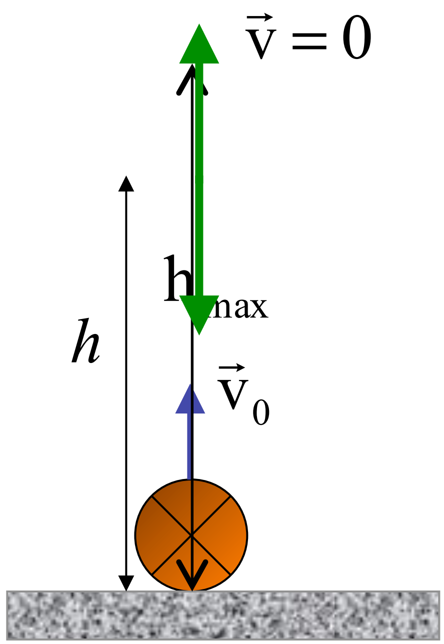


$$y(t) = \mathrm{v}_{0y}\,t + \tfrac{1}{2}\,g\,t^2$$

$$\mathrm{v}_y(t) = \mathrm{v}_{0y} + g\,t$$

Ejemplo

Se lanza una pelota hacia arriba con una velocidad inicial de 20 m/s. (a) ¿Cuánto tiempo está la pelota en el aire? (despreciar la altura del punto de lanzamiento) (b) ¿Cuál es la mayor altura alcanzada por la pelota? (c)¿Cuándo está la pelota a 15 m por encima del lanzamiento?



$$t_+ = 3.09\,\mathrm{s} \qquad t_- = 0.99\,\mathrm{s}$$

$$v_+ = -10.8\,\mathrm{m/s} \qquad v_- = 10.8\,\mathrm{m/s}$$

$$4.08\,\mathrm{s} \quad ; \quad 20.41\,\mathrm{m} \quad ; \quad 0.99\,\mathrm{s}$$

Ejemplo

Una bola A se suelta desde lo más alto de un edificio en el mismo instante en que otra bola B se lanza verticalmente hacia arriba desde el suelo. Cuando las bolas se encuentran, ambas se mueven en sentido contrario y la velocidad de la bola A es dos veces la velocidad de la bola B. ¿En qué fracción de la altura del edificio ocurre el encuentro?

$$2/3$$

Movimiento parabólico

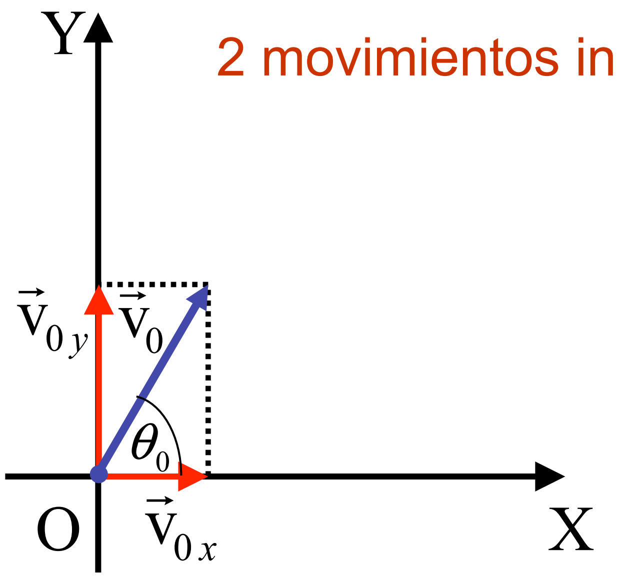
Un ejemplo bidimensional: $\vec{a} = -g\,\hat{j}$ y $\vec{\mathrm{v}}_0 = \mathrm{v}_{0x}\,\hat{i} + \mathrm{v}_{0y}\,\hat{j}$

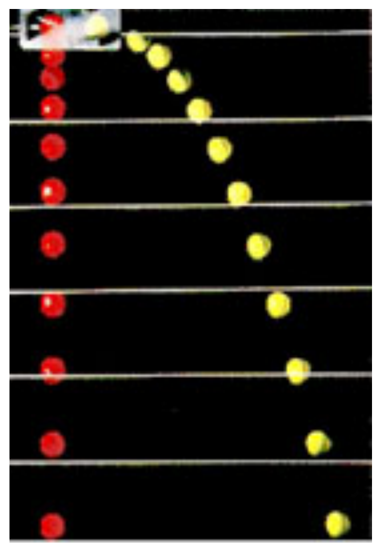
$\vec{\mathrm{v}} = \vec{\mathrm{v}}_0 - \vec{a}\,\Delta t$ con $\vec{\mathrm{v}}_0 \not\parallel \vec{a}$

La dirección de la velocidad cambia ¿Cuál es la trayectoria?

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_o + \vec{\mathrm{v}}_0\,t + \tfrac{1}{2}\vec{a}\,t^2$$

2 movimientos independientes relacionados con el mismo tiempo





MRU en el eje X

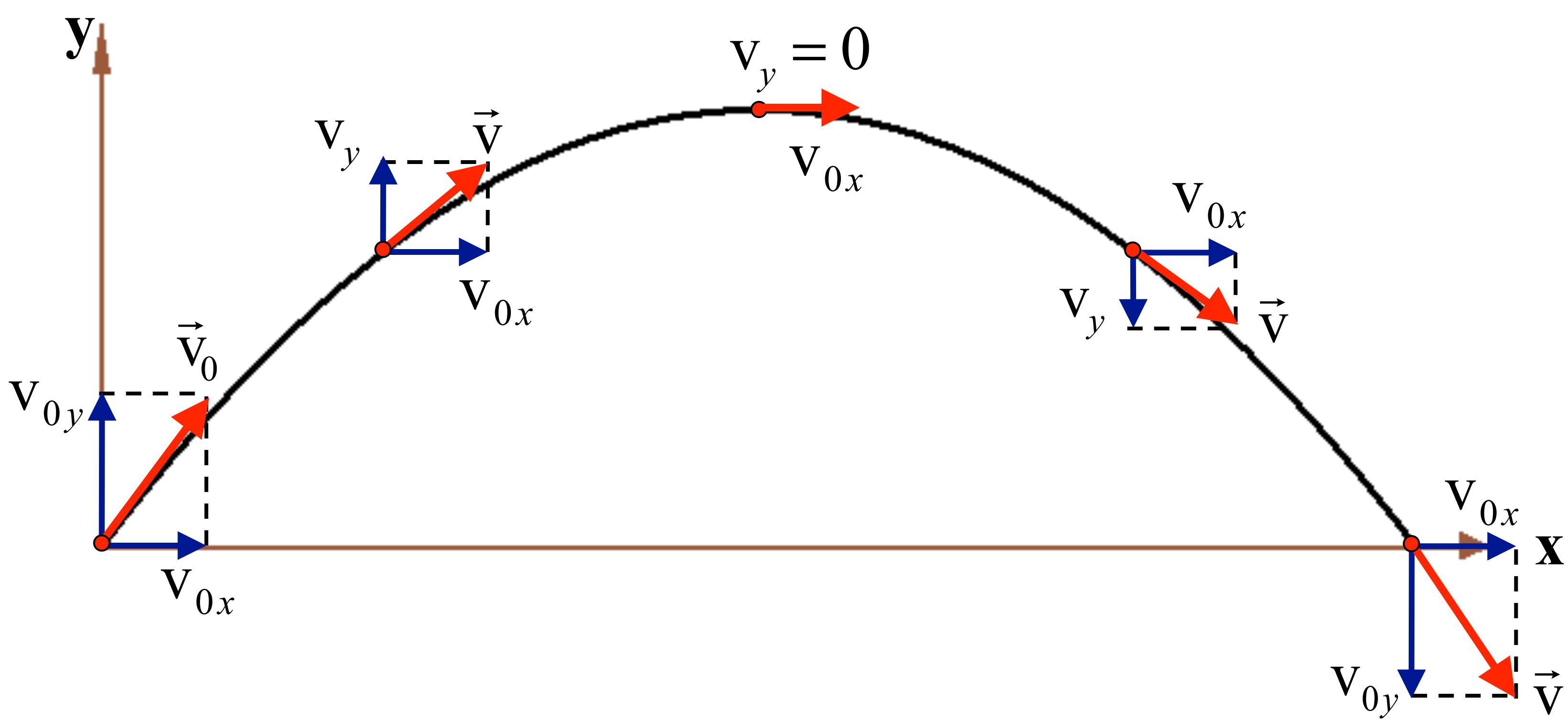
$$x(t) = x_o + \mathrm{v}_{0x}\,t$$

MRUA en el eje Y

$$y(t) = y_0 + \mathrm{v}_{0y}\,t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

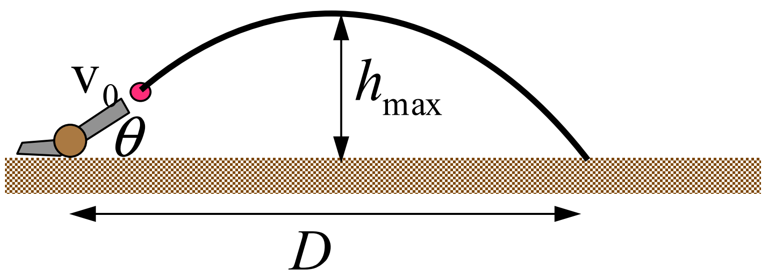
Considerando la posición inicial en el origen: $x(t) = \mathrm{v}_{0x}\, t$

$$y = \mathrm{v}_{0y}\frac{x}{\mathrm{v}_{0x}} - \tfrac{1}{2}g\left(\frac{x}{\mathrm{v}_{0x}}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad y = -\left(\frac{g}{2\,\mathrm{v}_0^2\cos^2\theta_0}\right)x^2 + (\tan\theta_0)\,x$$



Ejemplo

Un cañón dispara una bala con una rapidez v_0, haciendo un ángulo θ con el terreno. Encontrar la altura máxima, el alcance y el tiempo necesario para que la bala retorne a tierra. ¿a qué ángulo de disparo se obtiene el máximo alcance



$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a\,\Delta y$$

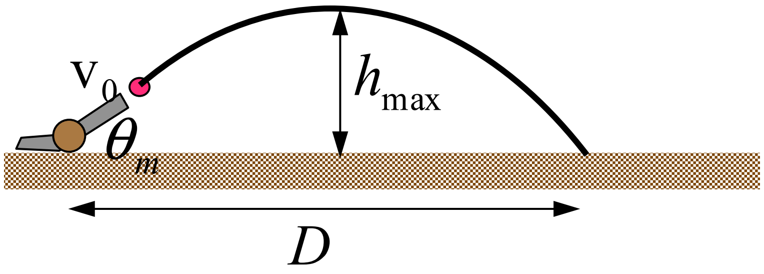
$$\Rightarrow \quad 0 = v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta - 2g\,h_{max}$$

$$\Rightarrow \quad h_{max} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta}{2g}$$

$$\begin{cases} x = v_{0x} t \\ y = v_{0y} t + \frac{1}{2} a t^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} D = v_0 \cos\theta \, t_T \\ 0 = v_0 \sin\theta \, t_T - \frac{1}{2} g t_T^2 \end{cases}$$

$$t_T = 0$$

$$t_T = \frac{2 v_0 \sin\theta}{g} \quad \Rightarrow \quad D = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}$$



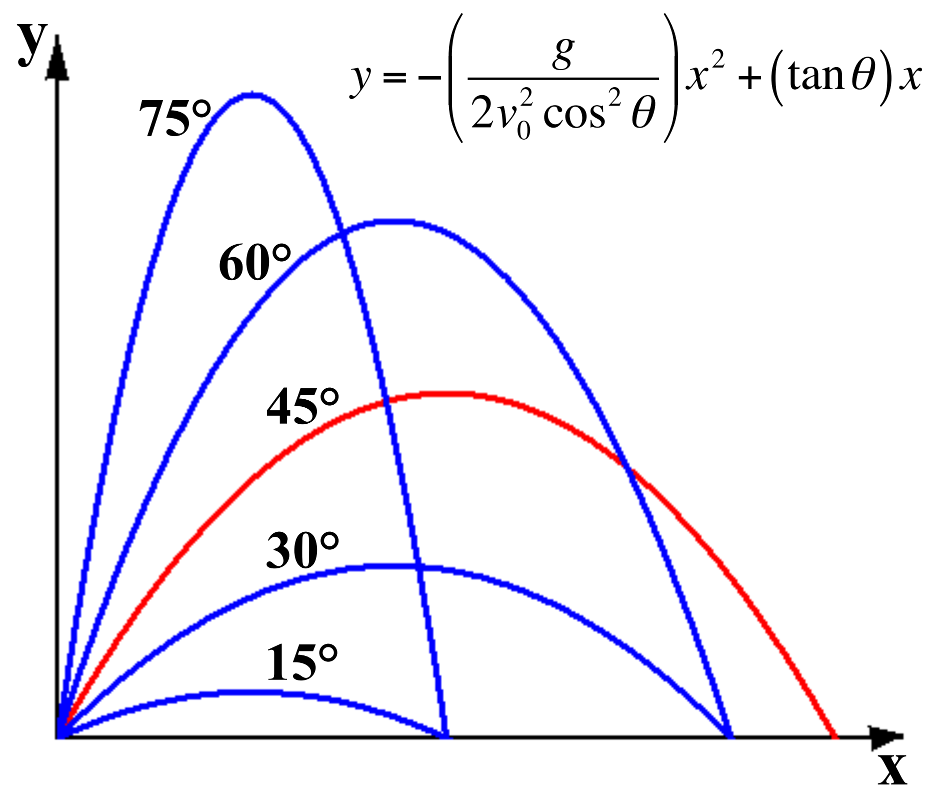
$$D = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}$$

¿Para qué ángulo el alcance es máximo?

$$D \text{ es máx} \quad \Leftrightarrow \quad \operatorname{sen} 2\theta \text{ es máx}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\theta = 90°$$

$$\Rightarrow \quad \theta = 45^\circ$$



Ejemplo

Se dispara un proyectil desde el nivel del suelo, en ángulo de 30° con la horizontal. ¿Cuál debe ser la velocidad inicial del proyectil para que logre pasar sobre un obstáculo de 50 m de altura, ubicado sobre la superficie, a 500 m del punto de lanzamiento?

$$\begin{cases} x = \mathrm{v}_{0\,x}\, t \\ y = \mathrm{v}_{0\,y}\, t + \frac{1}{2} a t^2 \end{cases}$$

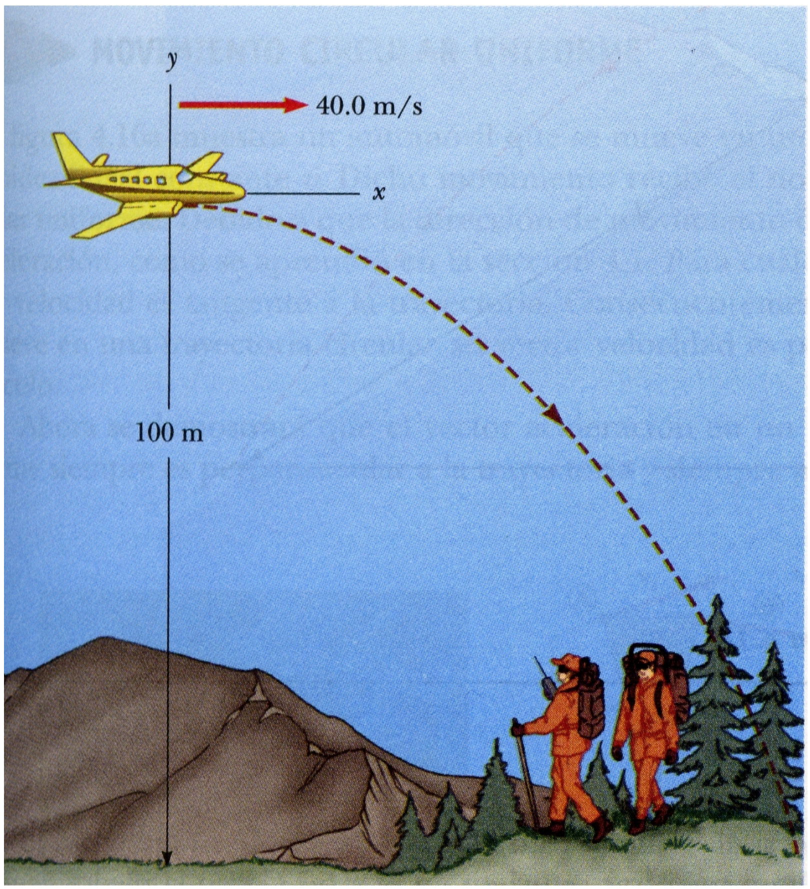
$$\Rightarrow \quad \begin{cases} d = \mathrm{v}_{0\,\min} \cos\theta\, t \\ h = \mathrm{v}_{0\,\min} \sin\theta\, t - \frac{1}{2} g\, t^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{v}_{0\min} = \frac{d}{\cos\theta} \sqrt{\frac{g}{2(d\tan\theta - h)}}$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{v}_0 \geq \mathrm{v}_{0\min} = 82.72\ \mathrm{m/s}$$

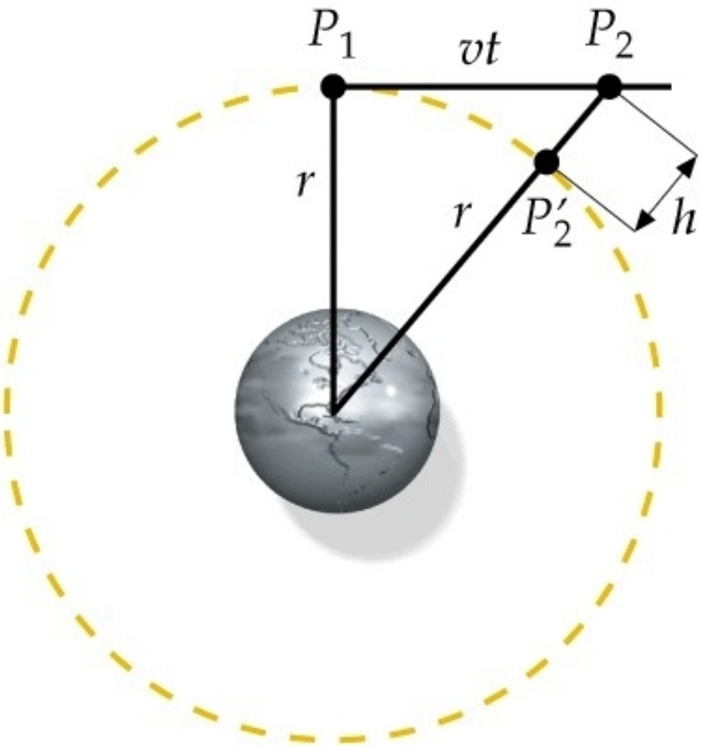
Ejemplo

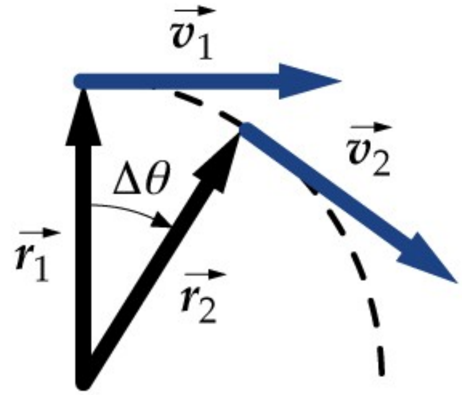
Un avión de rescate deja caer un paquete de provisiones a un grupo de exploradores extraviados, como se muestra en la figura. Si el avión viaja a 40 m/s y a una altura de 100 m sobre el suelo, ¿dónde cae el paquete en relación con el punto en que se soltó?

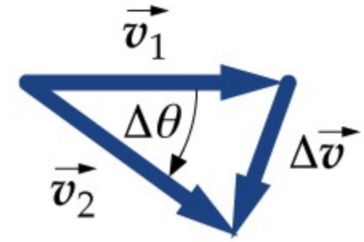


180.7 m

Movimiento circular







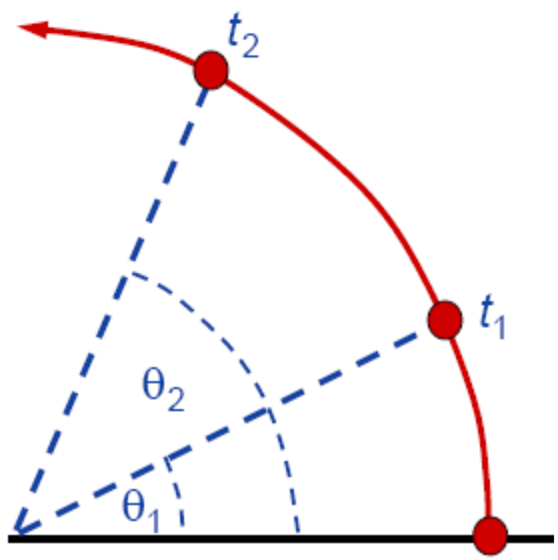
Existe una aceleración que es radial y hacia el centro de la trayectoria, conocida como **aceleración centrípeta**

$$(\Delta v)^2 = v^2 + v^2 - 2v^2\cos\Delta\theta = 2v^2 - 2v^2\cos\Delta\theta = 2v^2\left(1-\cos\Delta\theta\right)$$

$$= 2v^2\left(1-\left[1-\tfrac{1}{2}(\Delta\theta)^2\right]\right) = v^2(\Delta\theta)^2 = v^2\left(\frac{\Delta r}{R}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \Delta v = \frac{v}{R}\Delta r \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{R}\frac{\Delta r}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_c = \frac{v^2}{r}}$$

Cinemática de Rotaciones



La rapidez de cambio de la distancia angular es

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

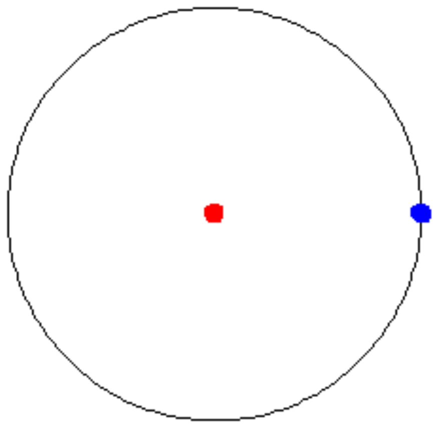
La rapidez de cambio de la velocidad angular es

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\alpha = \text{constante}$$

$$\begin{cases} \theta(t) = \theta_0 + \omega_0\,\Delta t + \frac{1}{2}\alpha\,(\Delta t)^2 \\ \omega(t) = \omega_0 + \alpha\,\Delta t \\ \omega^2 = \omega_0^2 + 2\,\alpha\,\Delta\phi \end{cases}$$

En el movimiento circular existe un tiempo característico que lo llamamos período



En el caso $\omega = \text{constante}$

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Además si recordamos que

$$s = r\,\theta$$

$$\Rightarrow \qquad \mathrm{v} = r\omega$$

$$a = r\alpha$$

EJEMPLO

Un CD gira partiendo desde el reposo hasta alcanzar 500 rev/min en 5.5 s.
a) ¿cuál es su aceleración angular suponiéndola constante?
b) ¿cuántas vueltas da en los 5.5 s?
c) ¿qué distancia recorre un punto ubicado a 6 cm del centro en los 5.5 s?
¿Cuál es su aceleración centrípeta?

$$\alpha = 9.52 \text{ rad/s}$$

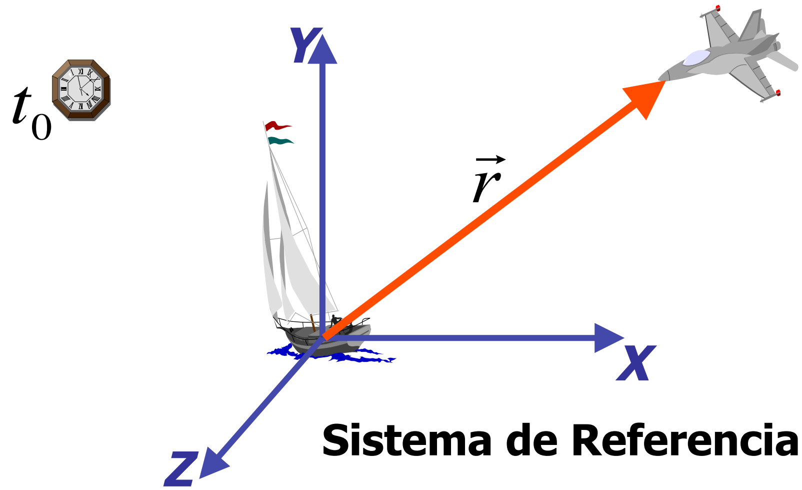
$$\Delta\theta = 143.99 \text{ rad} = 22.9 \text{ rev}$$

$$\Delta s = 8.63 \text{ m}$$

$$a_c = 164.49 \text{ m/s}^2$$

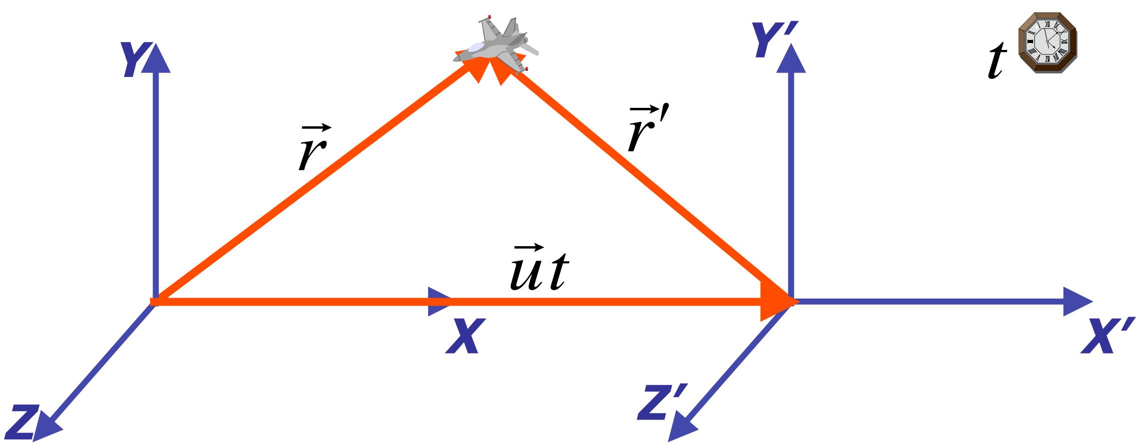
Movimiento relativo

- ¿Cómo especificamos el estado de un sistema mecánico al tiempo t_0?



Sistema de Referencia (SR)

- ¿Cómo transformamos nuestra descripción del sistema a un nuevo SR? ¿Qué les pasa a las ecuaciones que rige el comportamiento del sistema?



$$x' = x - ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

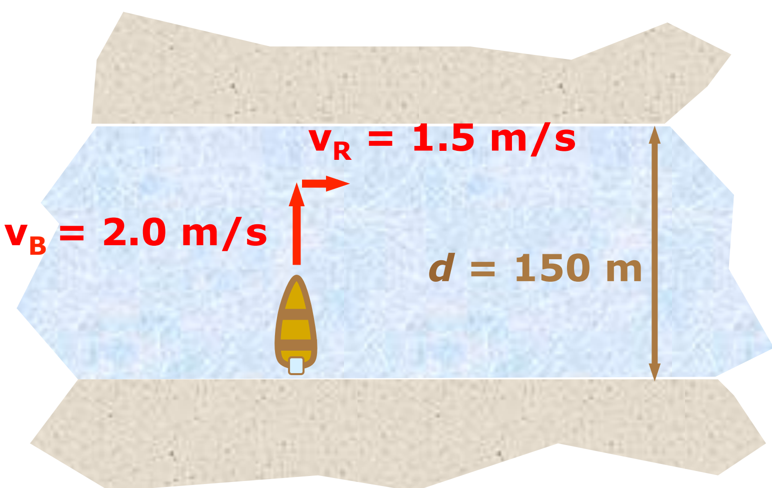
Transformaciones de Galileo

- ¿qué sucede con la velocidad?

$$x' = x - ut$$
$$x'_0 = x_0 - ut_0$$
$$\Rightarrow \quad \Delta x' = \Delta x - u\Delta t \quad \Rightarrow \quad v' = v - u$$

EJEMPLO

un bote puede viajar a 2 m/s en aguas quietas. El bote intenta cruzar un río cuya corriente es de 1.5 m/s, apuntando la proa directamente al otro lado del río. a) ¿Cuál es la velocidad del bote relativa a la orilla del río? b) Si el río tiene un ancho de 150m, ¿Cuánto tiempo demora en cruzarlo? c) ¿Qué distancia total recorre el bote mientras cruza el río?

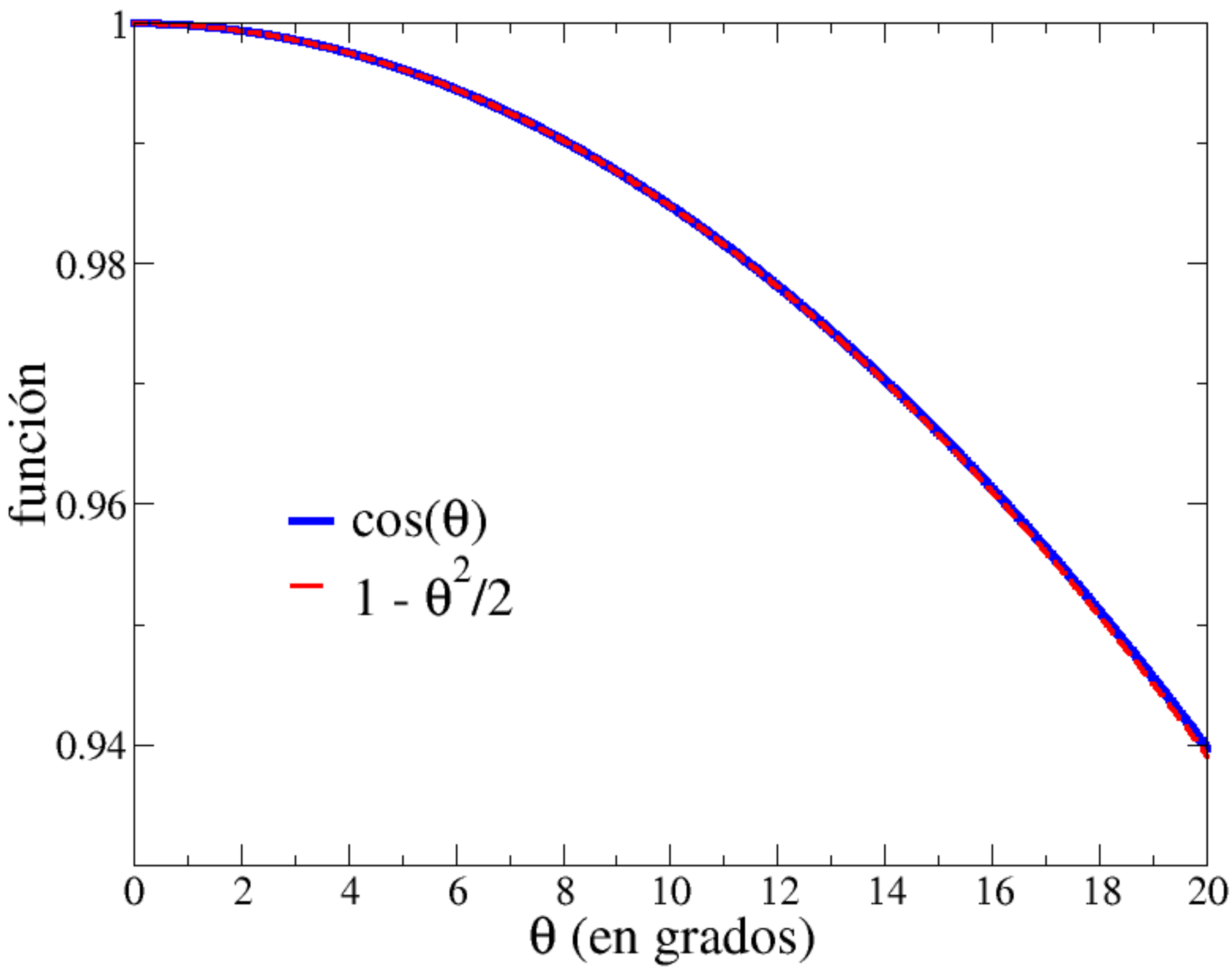


$v = 2.5\,\mathrm{m/s}$

$\theta = \tan^{-1}(0.75) = 36.87^{\circ}$

$t_C = 75\,\mathrm{s}$

$D = 187.5\,\mathrm{m}$



$$\cos\theta \approx 1 - \tfrac{1}{2}(\Delta\theta)^2$$ si $\theta << 1$ en radianes o

si $\theta << 50^{\circ}$